Optimiser le développement des compétences en mathématique pour donner du sens aux apprentissages

2e cycle du secondaire

Automne 2021
Direction de la formation générale des jeunes

Québec

Bonjour!

- **Esther Veilleux**, enseignante en prêt de service pour le secondaire, domaine de la mathématique
- **Raymond Nolin**, enseignant en prêt de service pour le primaire, domaine de la mathématique
- **Geneviève Dupré**, responsable des programmes d'études de mathématique

Qui êtes-vous?

Enseignant(e) 1er cycle	Enseignant(e) 2e cycle	Enseignant(e) Primaire	Conseiller(-ère) pédagogique

Autres fonctions

Objectifs de la rencontre

- Rendre explicites des liens intradisciplinaires (entre les compétences et entre les champs mathématiques) et des liens interdisciplinaires.
- Démontrer comment il est possible d'optimiser le développement des compétences et les apprentissages en mathématique.
- Fournir des exemples d'activités d'apprentissage qui soutiennent le développement des compétences et donnent du sens aux apprentissages en mathématique.

Plan de la présentation

1. Des liens entre les compétences
2. Des liens entre les champs mathématiques
3. Des mathématiques tout autour de nous
4. Des stratégies d’enseignement
5. Des pistes réflexives

Pour amorcer la réflexion...

Qu'est-ce que faire de la mathématique pour chacun de vous?

Capsule vidéo sur les compétences de mathématique

Lien vers la capsule

[*Bien comprendre les compétences du programme de mathématique, 2e cycle du secondaire*]

Bien comprendre les compétences du programme

Pour bien cibler les intentions permettant de développer les différents aspects définissant les trois compétences :

	Lire ces pages du ***Programme de formation de l'école québécoise, mathématique, 2^e cycle du secondaire*** **(PFEQ)**
C1	Pages 19 à 27
C2	Pages 28 à 37
C3	Pages 38 à 47

Première année du cycle

Au cours de la première année du cycle, les situations-problèmes requièrent de l'élève qu'il dégage des informations pertinentes pouvant être présentées verbalement, algébriquement, graphiquement ou par une table de valeurs. Elles peuvent faire référence à un ou plusieurs champs de la mathématique et elles supposent, pour leur résolution, la manipulation de données et d'expressions numériques ou algébriques sous différentes formes. Elles suscitent la prise en compte de la valeur relative des nombres dans l'interprétation de la tâche à réaliser, dans l'approximation d'un résultat et dans l'élaboration et la validation d'une solution. Elles supposent des changements de registre, au besoin, pour décoder ces informations ou pour représenter des éléments de la solution. Elles font appel au sens du nombre et des opérations ainsi qu'au raisonnement proportionnel dans les stratégies déployées au moment de l'élaboration d'une solution. Elles mettent à profit le sens des expressions algébriques et la connaissance des liens de dépendance dans l'analyse de phénomènes et dans la prise de décisions. Elles donnent l'occasion d'interpoler ou d'extrapoler dans la modélisation à l'aide des fonctions à l'étude. Les situations-problèmes conduisent à la représentation, à l'interprétation et à la comparaison de données probabilistes par le dénombrement de possibilités et par le calcul de probabilités d'événements dans des cas discrets ou continus. Elles exigent l'organisation des données d'un échantillon, recueillies ou non par l'élève, afin de décrire une population et d'en tirer des conclusions. Elles requièrent l'analyse des distributions à l'aide de mesures statistiques appropriées ou peuvent susciter la critique d'une étude déjà réalisée. Les situations-problèmes à caractère géométrique conduisent à la construction ou à la représentation de figures géométriques au moyen de divers procédés. Elles mobilisent le sens spatial ou le sens de la mesure et nécessitent le recours aux différentes relations associées aux figures géométriques et la détermination de mesures manquantes.

Séquence *Technico-sciences*

Deuxième année du cycle

Au cours de la deuxième année du cycle, les situations-problèmes proposées doivent pouvoir être représentées à l'aide de modèles propres à chaque champ de la mathématique. Elles portent sur divers aspects du contexte économique qui appellent un choix de biens et de services respectant des objectifs déterminés. Plus particulièrement, elles conduisent à une initiation à l'étude de cas et à la recherche de solutions optimales. Certaines nécessitent la production, l'analyse ou la comparaison des parties d'une soumission qui requiert un traitement mathématique. Elles peuvent faire appel au jugement critique dans l'analyse de plans, d'algorithmes ou de suggestions de solutions afin d'en apprécier l'efficience et, le cas échéant, relever des erreurs ou des anomalies, y apporter des correctifs, proposer des améliorations ou émettre des recommandations. Enfin, lorsque nécessaire, d'autres situations mettent à profit l'utilisation d'instruments appropriés afin d'élaborer une solution en tenant compte du niveau de précision qu'ils permettent d'obtenir dans la validation de la solution.

Des situations conduisent à distinguer différentes familles de fonctions et à les mobiliser pour réaliser une modélisation. Elles peuvent faire appel à la résolution d'équations, d'inéquations ou de systèmes d'équations, et ce, dans tous les champs de la mathématique. Dans les cas où le hasard intervient, la prise de décisions s'appuie sur la probabilité conditionnelle ou l'espérance mathématique. La modification des paramètres d'une situation (règles du jeu, montant de gain, événement, etc.) permet de la rendre équitable ou d'optimiser un montant de gain ou de perte selon certains objectifs. D'autres situations-problèmes font intervenir des distributions statistiques à un ou deux caractères. Une référence aux fonctions réelles permet d'interpoler ou d'extrapoler lorsque les représentations graphiques des caractères étudiés en suggèrent la pertinence. La résolution de certaines situations-problèmes à caractère géométrique, qui nécessite la représentation ou la construction de plans (ou d'objets) respectant certains devis, met à profit le sens spatial et le sens de la mesure. Elles conduisent aussi à modéliser et à rechercher des solutions optimales en recourant aux concepts de droite, de distance et de point de partage.

Troisième année du cycle

Au cours de la troisième année du cycle, la résolution des situations-problèmes enrichit le répertoire de stratégies de l'élève. Elle intègre la démarche relative à l'étude de cas. Ces situations-problèmes peuvent faire appel à des comparaisons, à la proposition de correctifs, de solutions avantageuses ou optimales ou bien à l'émission de recommandations. Elles demandent la formulation de critiques constructives et la prise de décisions éclairées à propos de problématiques issues de divers domaines y compris celui des techniques (graphiques, biologiques, physiques, administratives, etc.). De plus, certaines requièrent une compréhension du fonctionnement ou de l'utilisation de divers instruments qui, jumelée aux aptitudes à traiter des données, conduit à l'emploi de nouveaux instruments.

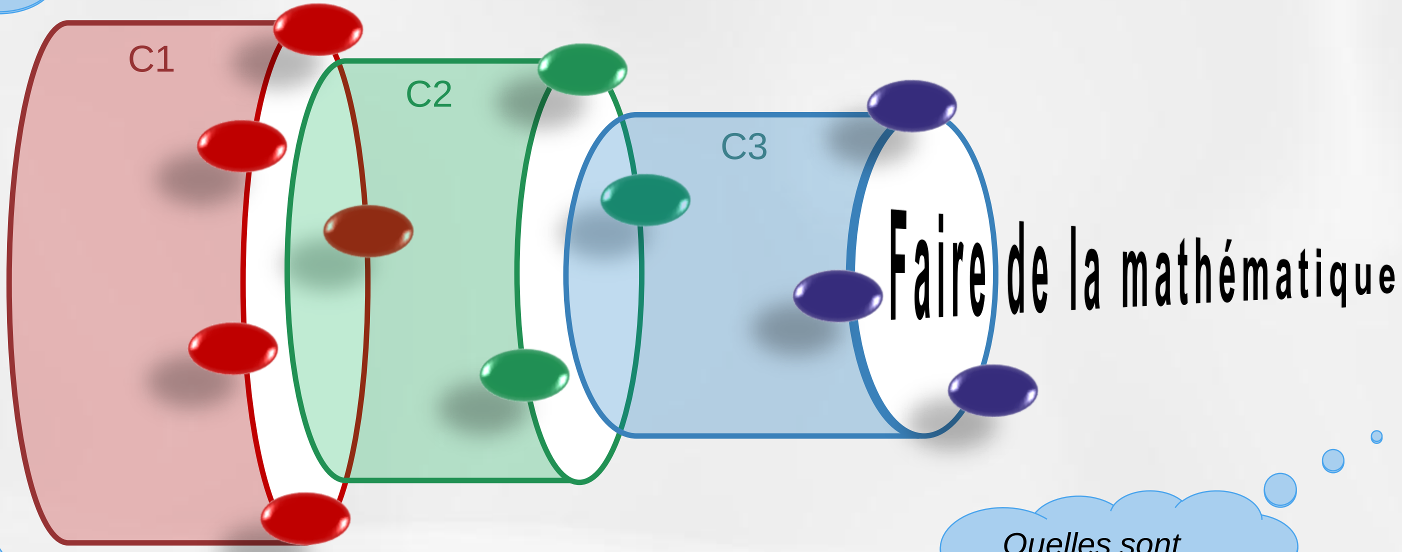
D'autres situations-problèmes demandent d'exploiter les relations ou les fonctions afin de modéliser, d'interpoler ou d'extrapoler et, lorsque la solution l'exige, des opérations sur les fonctions sont mises à profit. Certaines supposent une combinaison des concepts et processus géométriques et algébriques ou encore font appel, pour leur résolution, à la représentation vectorielle. Il y en a également qui exigent la proposition de solutions avantageuses ou optimales dans lesquelles sont mobilisés la résolution de systèmes d'équations et d'inéquations, la construction d'objets ou de figures, ainsi que les concepts de figures équivalentes, de lieu géométrique, de distance ou de position relative. D'autres, pour déterminer des mesures nécessaires à la solution, conduisent à l'exploitation de relations métriques ou trigonométriques dans le triangle quelconque et dans le cercle. Finalement, d'autres, pour être gérées, mettent en cause les concepts liés aux probabilités et à la statistique acquis au cours des années précédentes.

1 Des liens entre les compétences

Qu’est-ce que les élèves ont besoin d’apprendre?

Qu’est-ce qu’une personne compétente en mathématique?

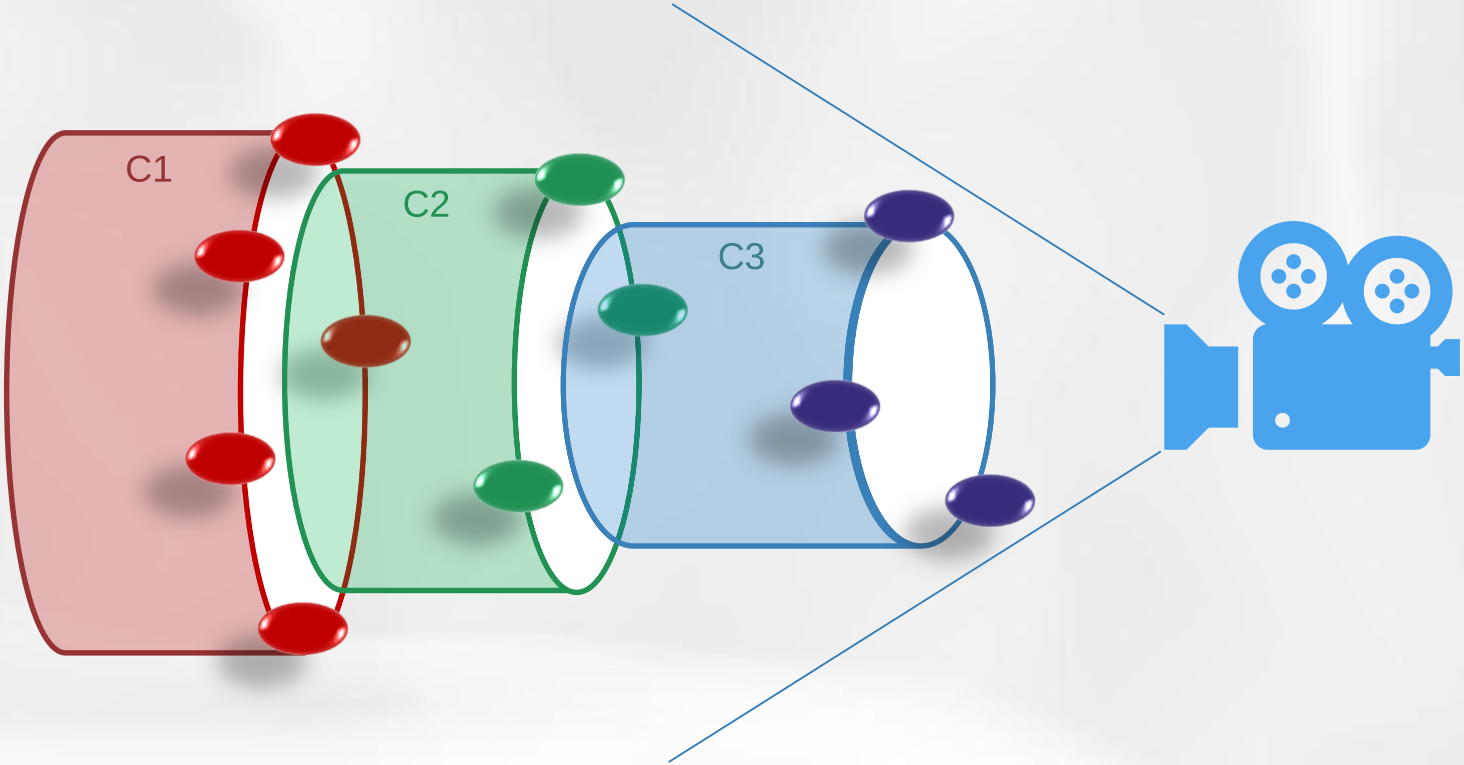
Développer les compétences de façon synergique



Qu’est-ce que faire de la mathématique?

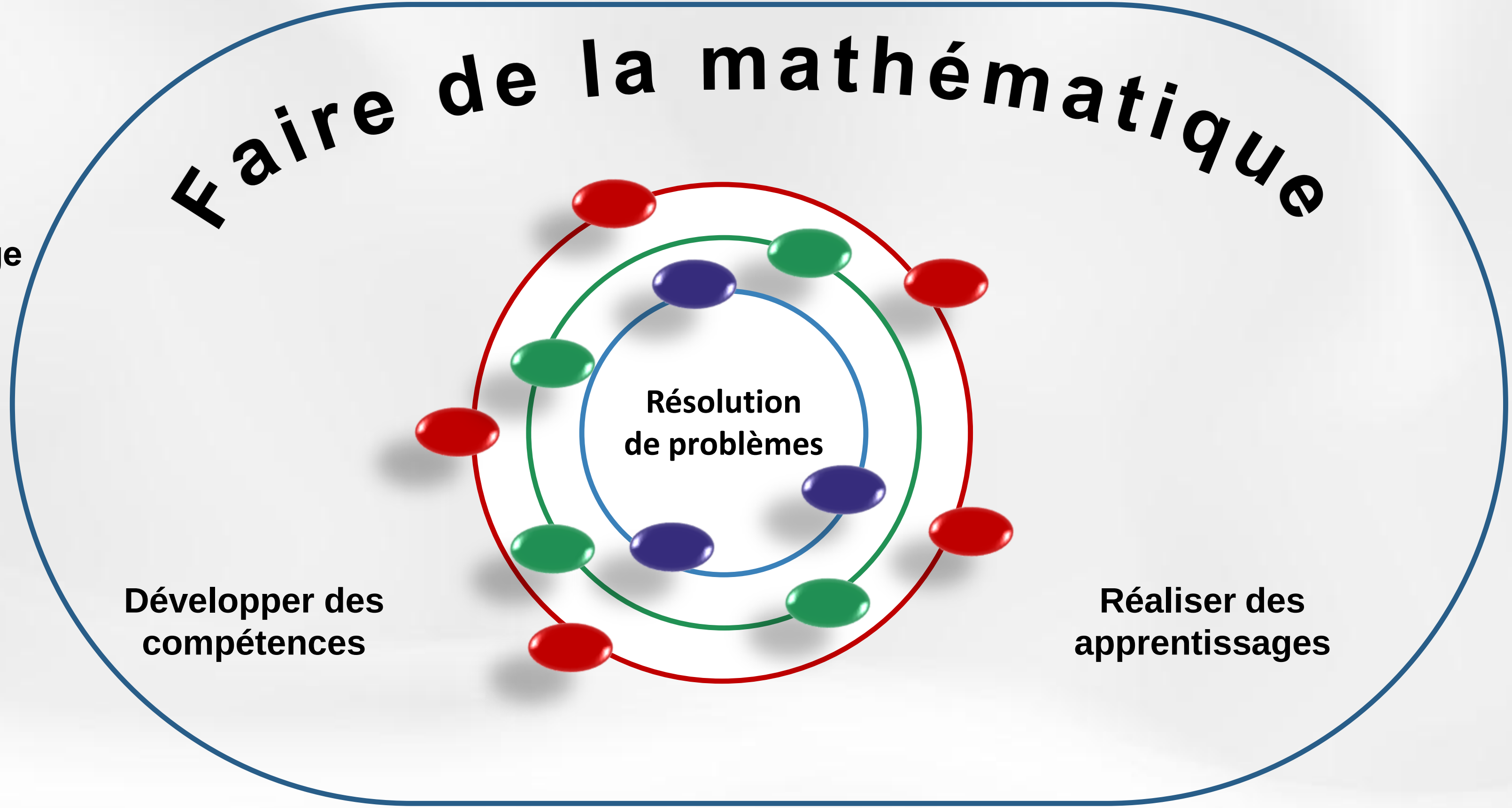
Quelles sont les intentions d’apprentissage?

1 Des liens entre les compétences



Des liens entre les compétences

Intention d'apprentissage



Les intentions d’apprentissage

Quelles sont les intentions d’apprentissage?

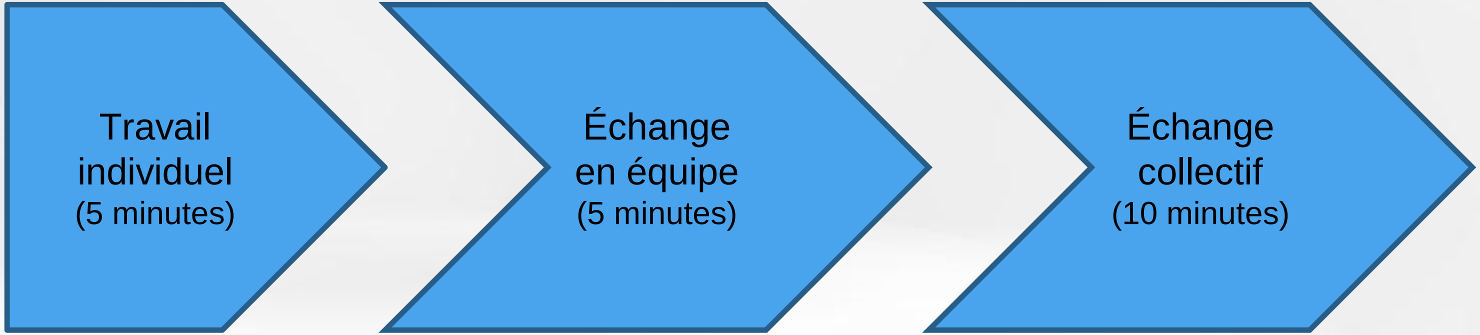
- Apprendre à résoudre des problèmes mathématiques.
- Mobiliser diverses stratégies de résolution de problèmes.
- Recourir à différents modes de représentation.
- Déployer un raisonnement mathématique.
- Développer la compréhension conceptuelle, la fluidité et la flexibilité.
- Faire émerger et réinvestir divers concepts ou processus.
- Recourir au langage mathématique pour expliciter sa démarche et sa ou ses solutions.

Un exemple d'activité d'apprentissage

- Objectif de l'activité :

Exemplifier comment la résolution de problèmes permet de développer les trois compétences en mathématique.

- Modalités de l'activité :



Un exemple d'activité d'apprentissage

Quelles sont les relations possibles entre les nombres de ce tableau?

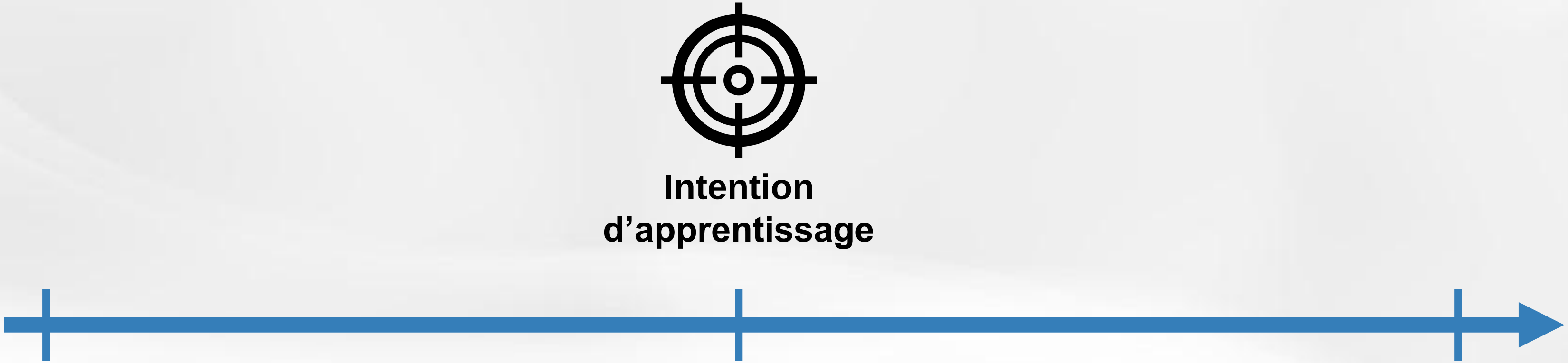
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Quelles pourraient être les questions posées par rapport à ce tableau?

Quelles intentions d'apprentissage pourraient soutenir cette activité?

Échange collectif

- Selon vous, aux élèves de quel cycle cette activité s’adresse-t-elle?
- Quelles pourraient être les intentions d’apprentissage pour une telle tâche?
- Qu’est-ce que ce problème permet de faire émerger chez les élèves?



Un exemple d'activité d'apprentissage

Qu'est-ce qu'il y a de pareil, de différent, de remarquable entre ces nombres?

+1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

+3 +5 +7 +9 +11 +13 +15 +17 +19

+2 +2 +2 +2 +2 +2 +2 +2

→ L'écart des écarts entre les nombres carrés est ici de 2.

→ Avec un autre tableau, on pourrait en arriver à faire découvrir aux élèves que l'écart des écarts de la variable dépendante dans une fonction quadratique est de deux fois la valeur du paramètre a.

Un exemple d'activité d'apprentissage

Qu'est-ce qu'il y a de pareil, de différent, de remarquable entre ces nombres?

$n = 2$ 1ers nombres impairs $n = 3$ 1ers nombres impairs $n = 5$ 1ers nombres impairs

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

$1 + 3 = 4$
$n = 2$
$n^2 = 4$

$1 + 3 + 5 = 9$
$n = 3$
$n^2 = 9$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$
$n = 5$
$n^2 = 25$

→ La sommation des n premiers nombres impairs donne n^2.

Un exemple d'activité d'apprentissage

Est-ce que cette table des valeurs s'arrête à ce qui est écrit ou pourrions-nous la prolonger dans les deux sens?

…	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	…
…	9	4	1	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	…

Est-ce que les mêmes observations demeurent?

→ L'écart des écarts entre les nombres carrés est toujours de 2.

→ La sommation des n premiers nombres impairs donne encore n^2.

Un exemple d'activité d'apprentissage

Et si nous demandions aux élèves d'ajouter une variable à la gauche de chaque ligne.

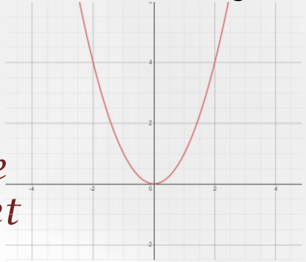
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x) = x^2$	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Et si nous proposions de représenter ce tableau d'une autre façon?

- Sous la forme d'un graphique
- Sous la forme d'un énoncé mathématique
- Sous la forme d'une équation

Représente la distance parcourue par un objet en chute libre.

$f(x) = x^2$



Un exemple d'activité d'apprentissage

Qu'est-ce que les élèves pourraient remarquer si nous leur montrions quelques éléments?
Qu'est-ce qui est pareil, différent, remarquable?

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Pourrions-nous généraliser cette régularité qui semble revenir?

$$\frac{x + x^2}{x} = x + 1$$

Un exemple d'activité d'apprentissage

En demandant aux élèves de trouver des relations entre les nombres en vert et ensuite entre ceux en rouge…

$5-2=\mathbf{3}\ \ et\ 5+2=\mathbf{7}$

$10-6=\mathbf{4}\ et\ 10+6=\mathbf{16}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

$\mathbf{25}-\mathbf{4}=\mathbf{21}$

$21=\mathbf{3}*\mathbf{7}$

$\mathbf{100}-\mathbf{36}=\mathbf{64}$

$64=\mathbf{4}*\mathbf{16}$

Ces élèves pourraient découvrir les prémisses de la factorisation d'une différence de carrés parfaits.

$$\boldsymbol{A^2-B^2=(A-B)(A+B)}$$

Un exemple d'activité d'apprentissage

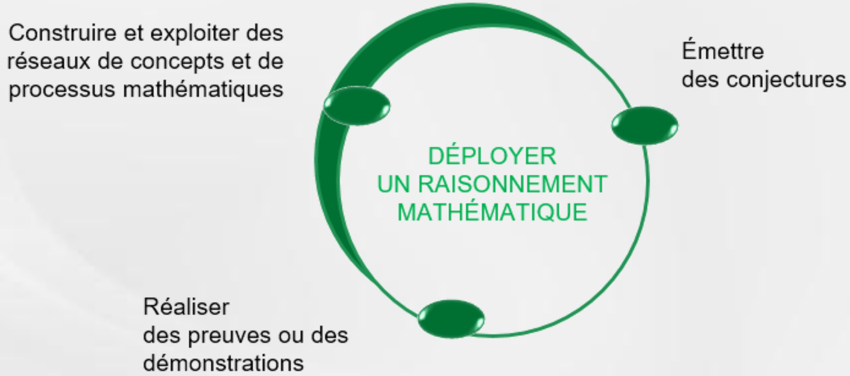
Intention possible derrière l'activité

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

PFEQ, 2e cycle du secondaire, 2007, p. 22.

Un exemple d'activité d'apprentissage

Intention possible derrière l'activité

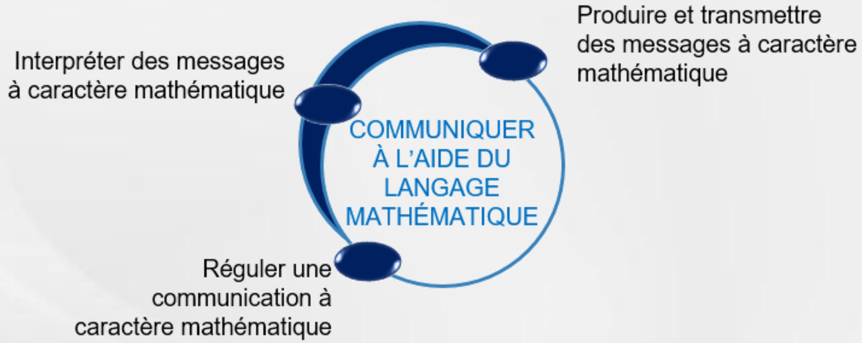


x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

PFEQ, 2e cycle du secondaire, 2007, p. 31.

Un exemple d'activité d'apprentissage

Intention possible derrière l'activité

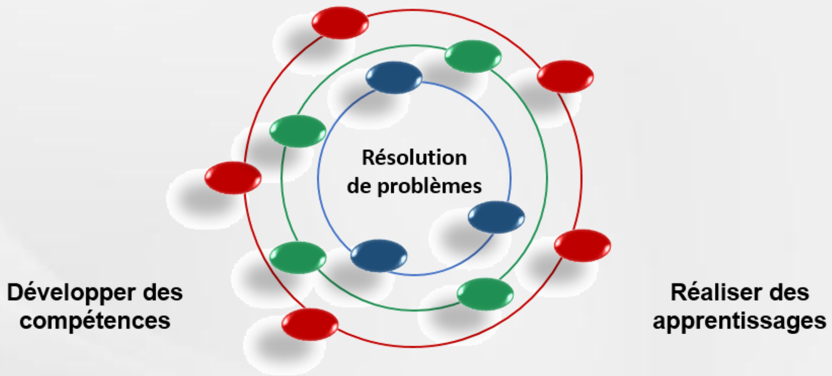


x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

PFEQ, 2e cycle du secondaire, 2007, p. 41.

Un exemple d'activité d'apprentissage

Intention possible derrière l'activité



x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

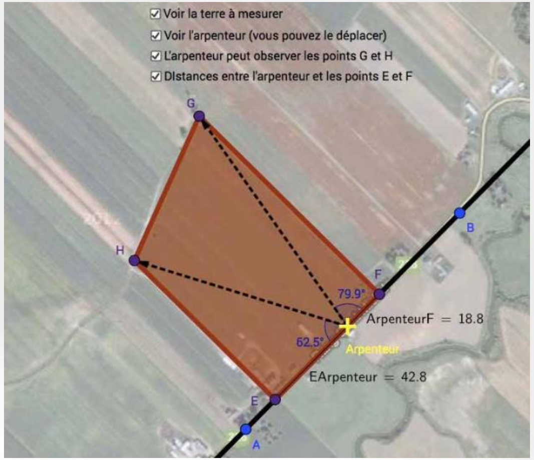
Si une table des valeurs offre autant de possibilités, imaginez les richesses mathématiques qui peuvent se cacher derrière un simple problème.

Un autre exemple d'activité d'apprentissage

Utiliser une situation d'application et partir uniquement de la question ouverte de la fin du problème.

Exemple : De quelle quantité d'engrais l'agriculteur a-t-il besoin pour enrichir sa terre?

- → *De quelles informations ai-je besoin?*
- → *Quelles contraintes dois-je contourner?*



Source du problème : Gervais, Guy, « Utiliser Moodle en évaluation : pourquoi et comment », *Envol*, Groupe des responsables en mathématique au secondaire, édition spéciale 2017, p. 14. http://docplayer.fr/116660054-2810-26-e-rue-st-prosper-quebec-g0m-1y0-no-permis.html

Questionner les élèves

Intention d'apprentissage

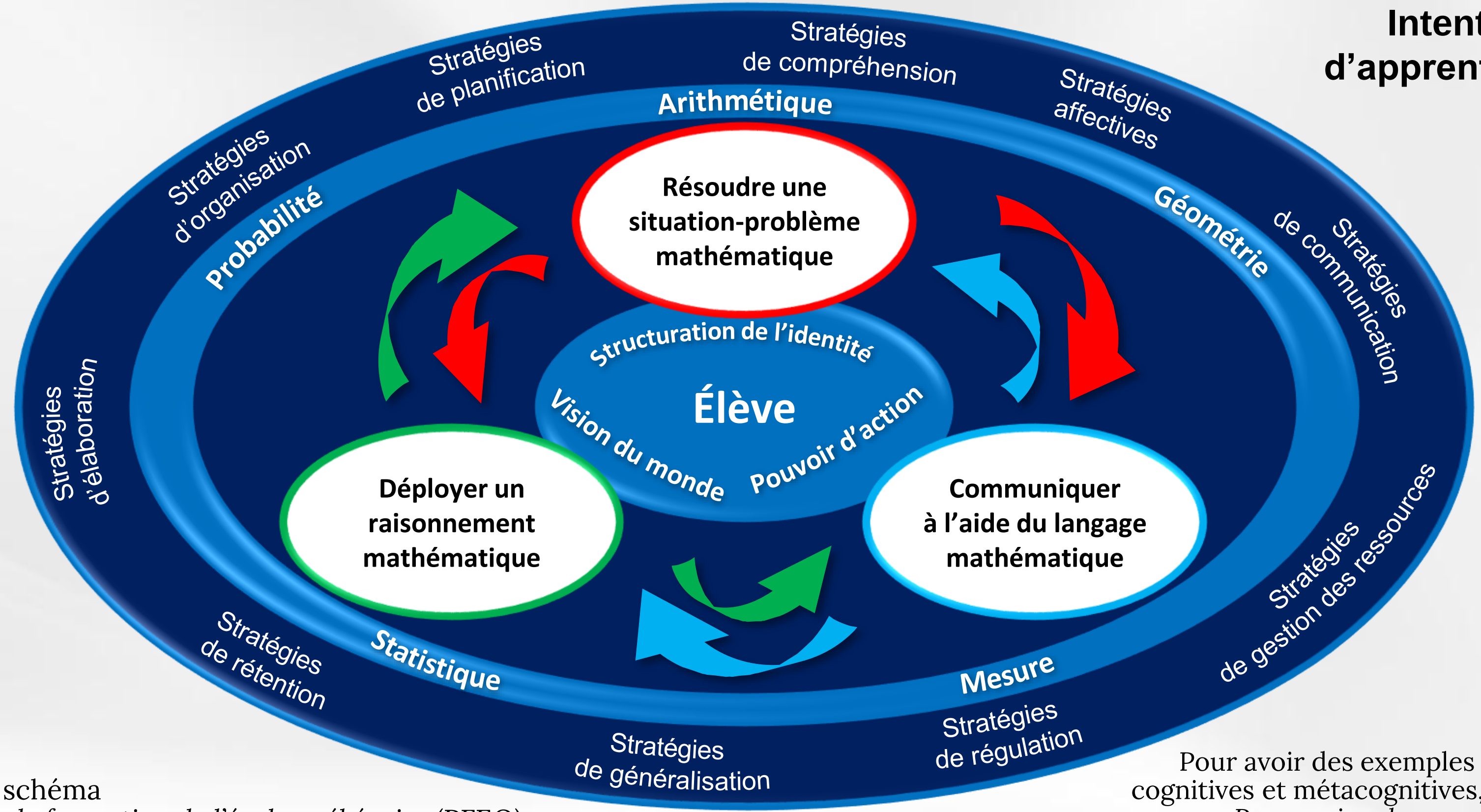
Stratégies cognitives et métacognitives

Traces ou démarche

Optimisation des apprentissages

Des liens entre les compétences

Intention d'apprentissage



Adaptation du schéma
du *Programme de formation de l'école québécoise* (PFEQ),
enseignement primaire, 2006, p. 125.

Pour avoir des exemples de stratégies cognitives et métacognitives, consultez la *Progression des apprentissages en mathématique au secondaire*, 2016, p. 44-46.

Pour alimenter la réflexion...

Ce que nous pouvons faire de mieux pour un élève est de lui poser la bonne question.

– Cantor, 2002, dans MEO, 2004

Pour plus d'informations concernant le questionnement, consultez les sous-sections et les encadrés qui en traitent dans le document Agir autrement en mathématique pour la réussite des élèves en milieu défavorisé.

2 Des liens entre les champs mathématiques

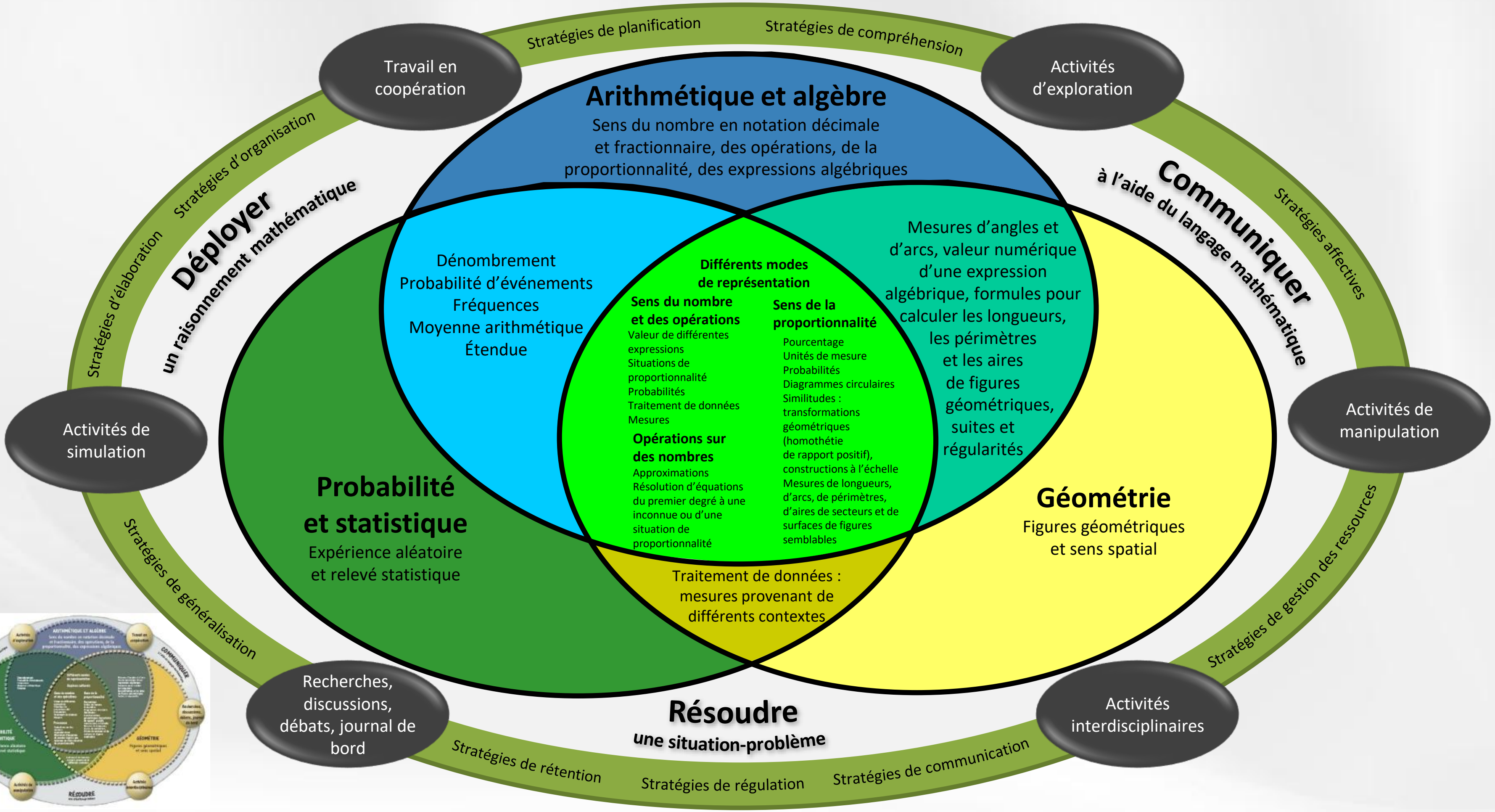
- Le décloisonnement des champs mathématiques permet :
    - de favoriser la compréhension conceptuelle, la flexibilité et la fluidité chez les élèves;
    - de donner du sens aux apprentissages;
    - de développer la pensée mathématique dans son ensemble;
    - d’optimiser les apprentissages en amenant les élèves à faire des liens entre les concepts et les processus mathématiques.

Des liens entre les champs mathématiques

- Les contextes d’un problème permettent de découvrir, d’approfondir ou de réinvestir des éléments associés à plusieurs champs mathématiques.

- Chaque champ mathématique peut être un contexte apportant le sens nécessaire aux apprentissages mathématiques :
    - Arithmétique et algèbre;
    - Probabilités et statistique;
    - Géométrie.

Rappel des liens intradisciplinaires au 1er cycle du



Source : PFEQ, 1er cycle du secondaire, p. 249.

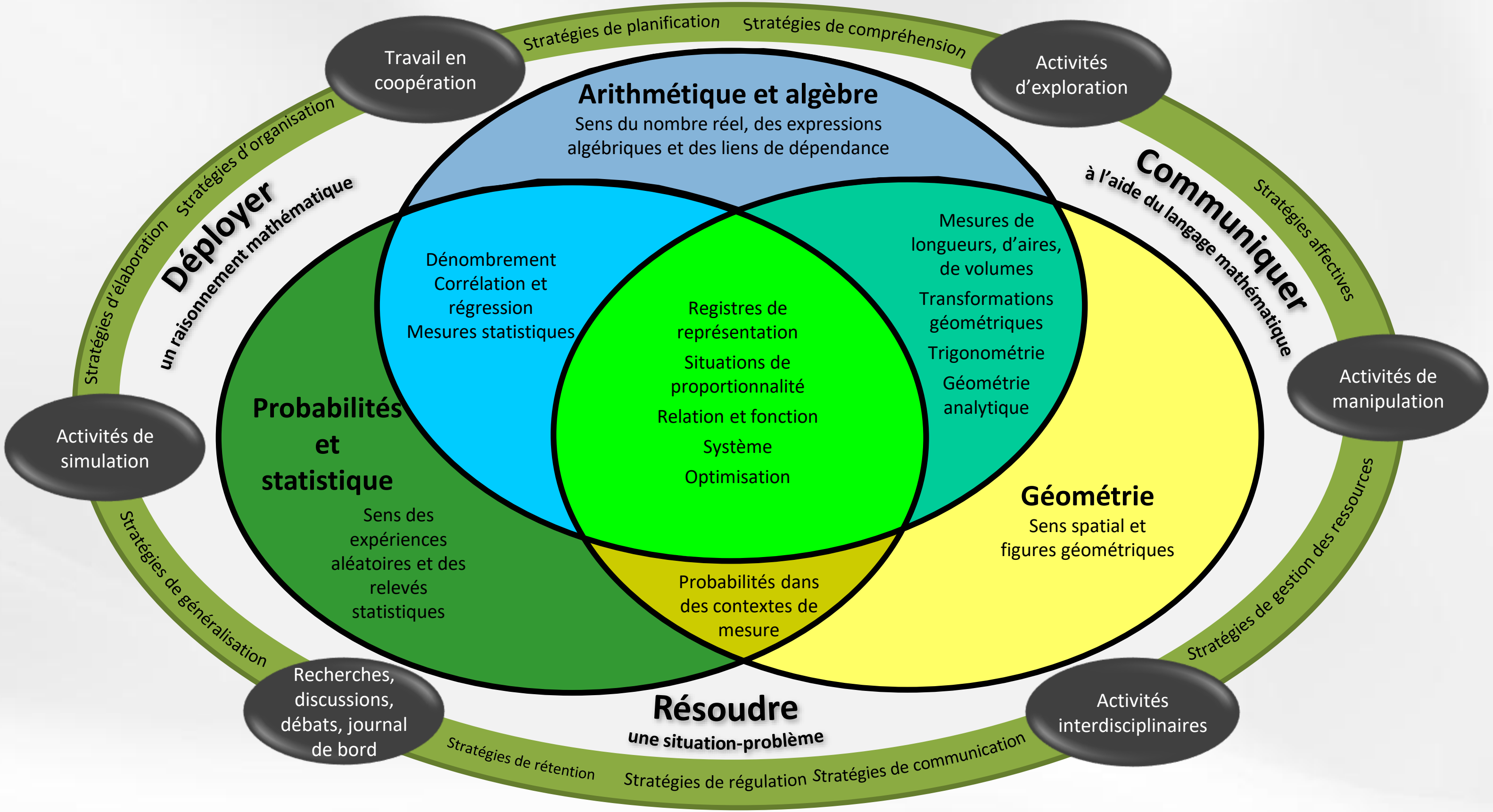
Des schémas montrant les liens entre les concepts et processus figurant au programme du 1er cycle du secondaire sont disponibles sur le site du ministère de l'Éducation sous le titre suivant :
Aide-mémoire du programme d'études de mathématique du 1er cycle du secondaire.

Ils sont déposés parmi les documents liés aux séances de formation et d'information suivantes, sur la page consacrée à la mathématique au secondaire :

– ***Pistes d'action visant une mise en œuvre réaliste et harmonisée des programmes d'études en mathématique***;

– ***Optimiser le développement des compétences en mathématique pour donner du sens aux apprentissages***.

Liens intradisciplinaires qui donnent du sens à la mathématique, 2e cycle du secondaire



Inspiré de : PFEQ, 2e cycle du secondaire, p. 50.

Comprendre l'évolution des principaux concepts

PFEQ, 2e cycle du secondaire				
	3e secondaire	Séquence CST[2]	Séquence TS[3]	Séquence SN[4]
Arithmétique et algèbre	Pages 51, 54-56	Pages 51, 69-71	Pages 51, 87-90	Pages 51, 104-106
Probabilités et statistique	Pages 52, 57-60	Pages 52, 72-75	Pages 52, 91-93	Pages 52, 107
Géométrie et graphes	Pages 53, 61-62	Pages 53, 76-79	Pages 53, 94-96	Pages 53, 108-110
Éléments de méthode[1]	Pages 56, 58, 60, 62	Pages 70, 71, 73-75, 77-79	Pages 89, 90, 92, 93, 95, 96	Pages 106, 107, 109
Annexe E Pistes d'exploration	Page 126	Pages 127-129	Pages 130-132	Pages 133-134
Annexe G	Évolution du contenu de formation en mathématique au secondaire, pages 137-143			

[1] **Les éléments de méthode** permettent de cerner l'étendue et les visées des concepts et processus à l'étude.
[2] **Séquence CST**: Séquence Culture, société et technique
[3] **Séquence TS**: Séquence Technico-sciences
[4] **Séquence SN**: Séquence Sciences naturelle

Bien que les séquences favorisent toutes l'exploration, l'expérimentation et la simulation, chacune se caractérise par un cheminement et des intentions qui lui sont propres.

Comprendre l'évolution des principaux concepts

Pages 51 à 53 du PFEQ

Les tableaux qui suivent présentent, pour chaque champ mathématique, les concepts introduits à chacune des années du cycle.

ÉVOLUTION DES PRINCIPAUX CONCEPTS LIÉS À L'ARITHMÉTIQUE ET À L'ALGÈBRE AU 2e CYCLE

Au cours de sa formation, l'élève développe différents types de pensée. Il passe de la pensée arithmétique à la pensée algébrique. Par exemple, le statut du signe d'égalité évolue, dans son esprit, de l'annonce d'un résultat vers la relation d'équivalence. Il approfondit ainsi son sens du nombre, des opérations et de la proportionnalité, et il développe son habileté à modéliser des situations. Les contextes qui lui sont proposés sont sources d'images mentales permettant le développement de ces divers sens. Au fil des années, il améliore aussi sa capacité à évoquer une situation en faisant appel à plusieurs registres de représentation. Par exemple, les fonctions peuvent être représentées graphiquement ou sous forme de tableau ou de règle, et chacune de ces représentations est porteuse d'un point de vue qui lui est propre, complémentaire ou équivalente aux autres.

DEUXIÈME CYCLE DU SECONDAIRE			
1re année	**Nombres réels : rationnels et irrationnels;** cube et racine cubique **Relation d'inégalité**	**Relation, fonction et réciproque** – Variable dépendante et variable indépendante – Fonction polynomiale de degré 0 ou 1 et système d'équations du 1er degré à deux variables de la forme $y = ax + b$, fonction rationnelle de la forme $f(x) = \frac{k}{x}$ ou $xy = k$	
	Séquence Culture, société et technique	***Séquence Technico-sciences***	***Séquence Sciences naturelles***
2e année	**Relation, fonction et réciproque** – Fonction réelle : polynomiale de degré inférieur à 3, exponentielle, périodique, en escalier, définie par parties **Système** – Système d'équations du 1er degré à deux variables	**Expressions arithmétique et algébrique** – Nombres réels : radicaux, puissances de base 2 et 10 – Inéquation du 1er degré à deux variables **Relation, fonction et réciproque** – Fonction réelle : polynomiale de degré 2 (forme canonique), exponentielle, partie entière, périodique, en escalier, définie par parties – Paramètre multiplicatif **Système** – Système d'équations du 1er degré à deux variables	**Expression algébrique** – Identité algébrique, équation et inéquation du 2e degré à une ou deux variables **Fonction réelle** – Fonction en escalier (partie entière); polynomiale de degré 2 (formes canonique, générale et factorisée) – Paramètre **Système** – Système d'équations du 1er degré à deux variables – Système composé d'une équation du 1er degré et d'une équation du 2e degré à deux variables
3e année	**Expression arithmétique et algébrique** – Inéquation du 1er degré à deux variables – Nombres réels : puissance et logarithme, définition et changement de base **Mathématiques financières** – Taux d'intérêt, période d'intérêt, actualisation (valeur actuelle), capitalisation (valeur future) **Système** – Système d'inéquations du 1er degré à deux variables	**Relation, fonction et réciproque** – Fonction réelle : polynomiale de degré 2 (forme générale, canonique et factorisée), rationnelle, sinusoïdale, tangente (ainsi que les fonctions introduites l'année précédente et leurs réciproques) – Paramètre additif – Opérations sur les fonctions **Système** – Système d'inéquations du 1er degré à deux variables – Système d'équations et d'inéquations faisant intervenir divers modèles fonctionnels	**Expressions arithmétique et algébrique** – Nombres réels : valeur absolue, radicaux, exposants et logarithmes **Relation, fonction et réciproque** – Fonction réelle : valeur absolue, racine carrée, rationnelle, exponentielle, logarithmique, sinusoïdale, tangente, définie par parties – Opérations sur les fonctions **Système** – Système d'inéquations du 1er degré à deux variables – Système d'équations du 2e degré (en relation avec les coniques)

Comprendre l'évolution des principaux concepts

ÉVOLUTION DES PRINCIPAUX CONCEPTS LIÉS À L'ARITHMÉTIQUE ET À L'ALGÈBRE AU 2e CYCLE

Au cours de sa formation, l'élève développe différents types de pensée. Il passe de la pensée arithmétique à la pensée algébrique.

Par exemple, le statut du signe d'égalité évolue, dans son esprit, de l'annonce d'un résultat vers la relation d'équivalence.

Il approfondit ainsi son sens du nombre, des opérations et de la proportionnalité, et il développe son habileté à modéliser des situations.

Les contextes qui lui sont proposés sont sources d'images mentales permettant le développement de ces divers sens.

Au fil des années, il améliore aussi sa capacité à évoquer une situation en faisant appel à plusieurs registres de représentation.

Par exemple, les fonctions peuvent être représentées graphiquement ou sous forme de tableau ou de règle, et chacune de ces représentations est porteuse d'un point de vue qui lui est propre, complémentaire ou équivalente aux autres.

Note au début du tableau, PFEQ, 2e cycle du secondaire, p. 51.

Comprendre l'évolution des principaux concepts et processus

Sens du nombre réel, des expressions algébriques et des liens de dépendance

Concepts	Processus
– Nombres réels : rationnels et irrationnels • Cube et racine cubique – Relation d'inégalité – Relation, fonction et réciproque • Variable dépendante et variable indépendante • Fonction polynomiale de degré 0 ou 1 - Système de deux équations du premier degré à deux variables (de la forme $y = ax + b$) • Fonction rationnelle de la forme $f(x) = \frac{k}{x}$ ou $xy = k$, $k \in \mathbb{Q}_+$	– Manipulation d'expressions numériques et algébriques • Utilisation de la notation scientifique dans des situations appropriées • Calcul en contexte avec des exposants entiers (base rationnelle) et des exposants fractionnaires • Développement et factorisation - Addition et soustraction d'expressions algébriques - Multiplication d'expressions algébriques de degré 0, 1 ou 2 - Division d'expressions algébriques par un monôme ▪ Mise en évidence simple • Résolution d'équations et d'inéquations du premier degré à une variable - Validation et interprétation de la solution – Analyse de situations • Observation, interprétation, description et représentation de différentes situations concrètes - Modélisation d'une situation à l'aide d'une fonction polynomiale de degré 0 ou 1, ou d'une fonction rationnelle : verbalement, algébriquement, graphiquement et à l'aide d'une table de valeurs ▪ Représentation d'une expérimentation à l'aide d'un nuage de points - Représentation et interprétation de la réciproque - Détermination d'une variable dépendante et d'une variable indépendante d'après le contexte - Observation de régularités - Description des propriétés d'une fonction en contexte - Recherche de la règle, interpolation ou extrapolation - Comparaison de situations ▪ Résolution de systèmes d'équations du premier degré à deux variables à l'aide de tables de valeurs, graphiquement ou algébriquement (par comparaison), et ce, avec ou sans le soutien de la technologie • Interprétation des résultats

Note : Au premier cycle, l'élève n'a pas fait l'étude systématique des ensembles de nombres. Le programme visait essentiellement l'étude des nombres écrits en notation décimale ou fractionnaire. Au cours de la première année du deuxième cycle, l'élève est à même de faire la distinction entre les nombres rationnels et les nombres irrationnels et de représenter divers sous-ensembles de nombres réels.

Dans la manipulation d'expressions numériques, il est amené à déduire les lois des exposants.

Il apprend à faire des liens entre la notation exponentielle et les radicaux ($9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9}$, $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8}$).

Les coefficients et les termes constants des expressions algébriques s'écrivent en notation décimale ou fractionnaire. Par exemple, il n'est pas indiqué de transformer en notation décimale les nombres ayant un développement décimal périodique, ni les nombres avec lesquels il est plus facile de travailler en notation fractionnaire. De même, le radical est conservé s'il n'est pas pertinent de le transformer.

L'élève est initié à la description des propriétés d'une fonction : domaine, image, croissance, décroissance, extrémums, signe et coordonnées à l'origine. Il les dégage de façon non formelle, et ce, toujours en relation avec le contexte. La recherche de la règle qui traduit une situation pouvant être transposée par une fonction polynomiale de degré 0 ou 1 (fonction affine) ou rationnelle peut se faire, selon le cas, à partir d'un couple de valeurs et du taux de variation ou à partir de deux couples de valeurs. Cette règle est dégagée directement du contexte, d'une table de valeurs, d'un graphique ou d'une autre règle. De plus, l'élève réalise que, dans certains cas, on relie les couples de données discrètes issues d'une situation afin de dégager un modèle.

Comprendre l’évolution des principaux concepts et processus

Note : Au premier cycle, l’élève n’a pas fait l’étude systématique des ensembles de nombres. Le programme visait essentiellement l’étude des nombres écrits en notation décimale ou fractionnaire.

Au cours de la première année du deuxième cycle, l’élève est à même de faire la distinction entre les nombres rationnels et les nombres irrationnels et de représenter divers sous-ensembles de nombres réels.

Dans la manipulation d’expressions numériques, il est amené à déduire les lois des exposants. Il apprend à faire des liens entre la notation exponentielle et les radicaux. Les coefficients et les termes constants des expressions algébriques s’écrivent en notation décimale ou fractionnaire.

[…]

De plus, l’élève réalise que, dans certains cas, on relie les couples de données discrètes issues d’une situation afin de dégager un modèle.

Note au bas du tableau, *PFEQ*, 2e cycle du secondaire, p. 55.

Éléments de méthode[1]

Le message général de ces sections :

- L'apprentissage de l'arithmétique se fait de concert avec celui des autres champs de la mathématique.
- C'est à partir de situations concrètes que l'élève modélise, se forge une compréhension conceptuelle, une capacité d'abstraction lui permettant de transférer ses apprentissages vers de nouveaux contextes.

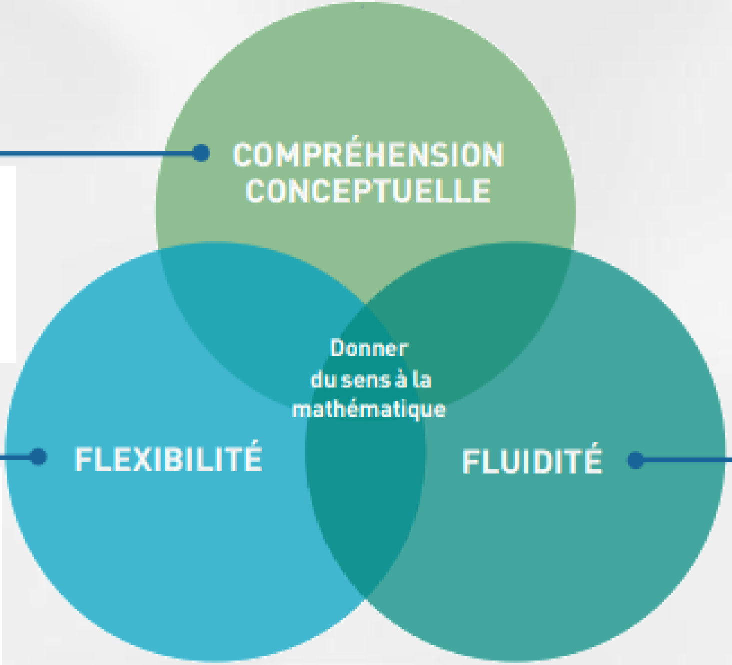
→ Expériences à partir de situations réelles de la vie courante;

→ Étude et interprétation de réalités comme les contextes économiques, les phénomènes physiques, l'espace autour de nous, etc.

[1] Les éléments de méthode permettent de cerner l'étendue et les visées des concepts et des processus à l'étude (PFEQ, 2e cycle du secondaire, page 48)

Favoriser la compréhension conceptuelle, la flexibilité et la fluidité chez les élèves

- Le « quoi » et le « pourquoi » d’un concept
- Liens entre les éléments d’un concept
- Liens entre les concepts

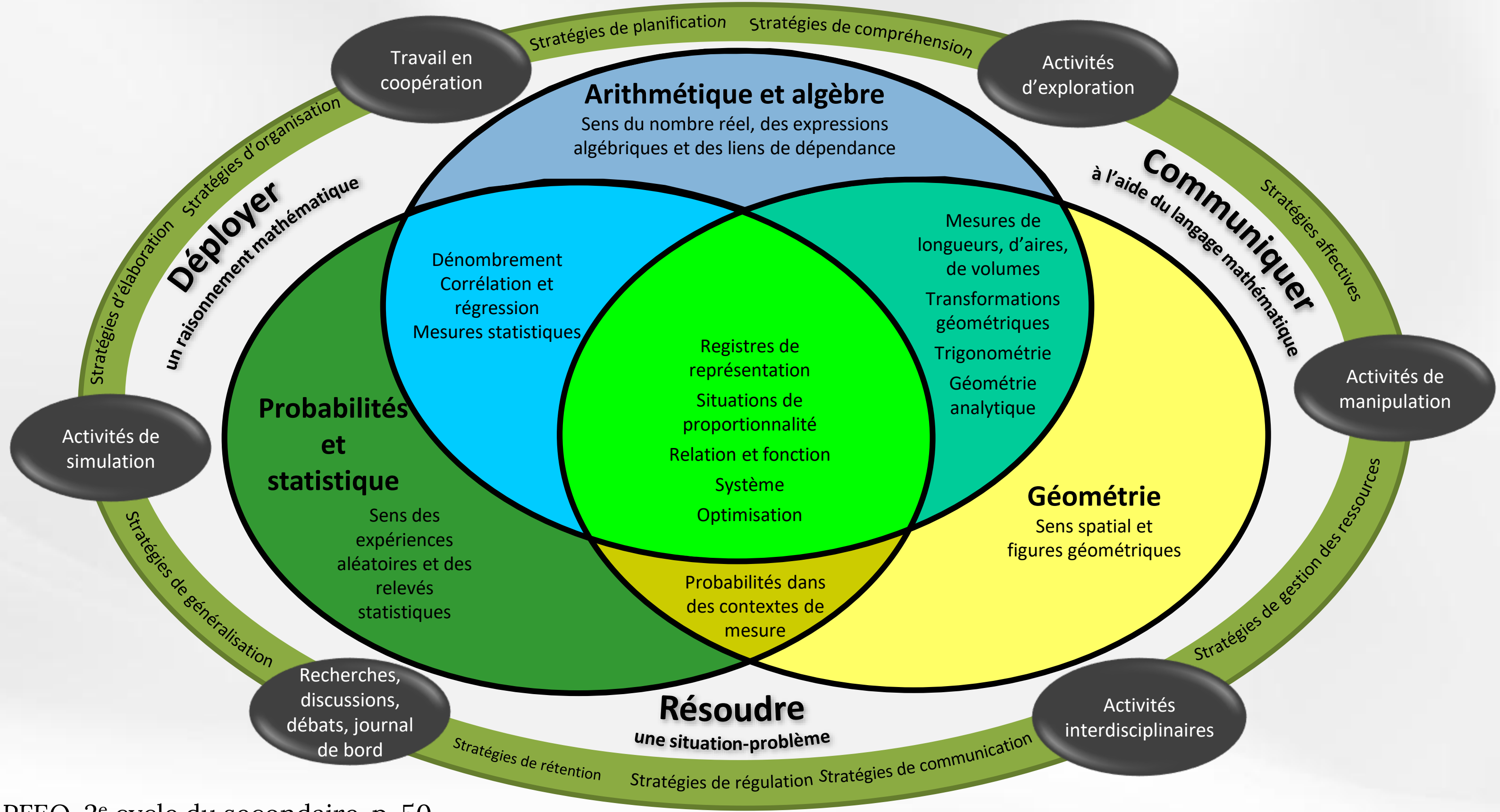


- Trouver plusieurs façons d’effectuer une tâche
- Inventer une procédure pour réaliser un problème non routinier
- Utiliser la procédure la plus efficiente pour effectuer un problème

- Connaissance, mémorisation et automatisation de faits et de procédures

Référentiel d’intervention en mathématique, 2019.

Liens intradisciplinaires qui donnent du sens à la mathématique, 2e cycle du secondaire



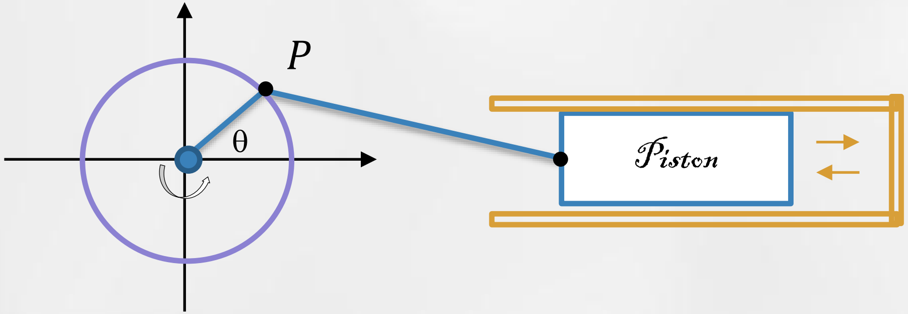
Inspiré de : PFEQ, 2e cycle du secondaire, p. 50.

Des exemples d'activité d'apprentissage

On fait bouger le point *P* sur le cercle. Décrivez le mouvement du piston selon l'angle de la position du point *P*.

Quel sera l'impact sur la courbe d'un changement des paramètres suivants?

- Le rayon du cercle
- La longueur du bras
- La longueur du piston
- L'épaisseur du piston



Source : Phillips Exeter Academy, NCTM 2005 Annual Meeting.

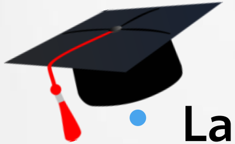
Des exemples d'activités d'apprentissage

- <u>Les probabilités autour de nous</u>

Rendre concrète l'espérance mathématique en créant une situation réelle.

- *Construire un casino et faire choisir à l'élève le jeu où il ira dépenser son argent.*
- *Demander d'analyser les loteries offertes et de choisir celle qui offre la plus grande espérance mathématique.*

Des exemples d’activités d’apprentissage



- <u>La statistique autour de nous</u>

Faire vivre aux élèves un vrai sondage sur un sujet qui les touche.

- *Recourir à un recensement pour choisir une activité de finissants;*
- *Faire vivre un projet entrepreneurial basé sur des besoins réels des consommateurs visés;*
- *Amener à sélectionner un échantillon représentatif pour connaître l’opinion d’une population.*

Des exemples d'activités d'apprentissage

- *Aller sur une page d'Environnement Canada et explorer toutes les situations mathématiques pouvant être présentées aux élèves à partir des données statistiques recueillies et quotidiennement actualisées.*

- *Faire découvrir comment les probabilités et les statistiques influencent diverses décisions quotidiennes.*

- *Exploiter les situations demandant aux élèves de faire le bon choix.*

Questionner les élèves

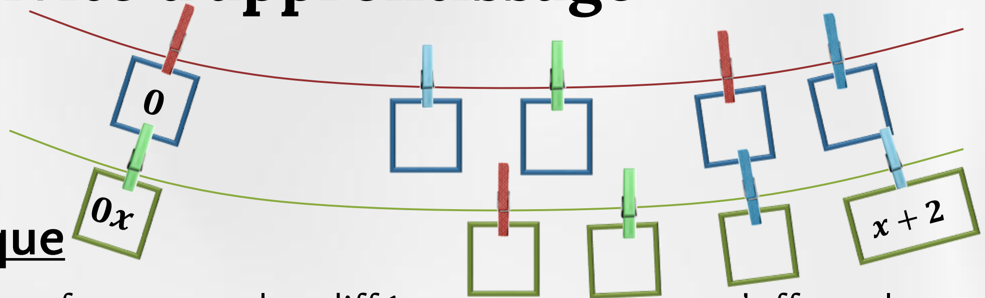
Intention d'apprentissage

Utilité du concept, du processus

Liens entre les compétences et les connaissances en mathématique

Optimisation des apprentissages

Un exemple d'activité d'apprentissage



- **<u>La corde à linge mathématique</u>**

Outil de manipulation qui facilite les transferts entre les différents contextes qu'offrent les champs de la mathématique (au 1er cycle surtout, mais également au 2e cycle du secondaire).

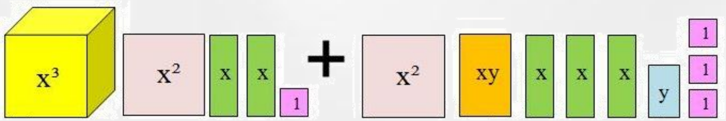
- Manipulation de nombres réels, très petits et très grands, sous différentes formes;
- Proportions, fractions et pourcentages;
- Algèbre et arithmétique;
- Compréhension et résolution d'équations algébriques et d'inéquations;
- Visualisation de l'allure d'une fonction, et bien plus.

Pour plus d'informations concernant la corde à linge mathématique, consulter l'enregistrement de la séance de réseautage avec Frédéric Ouellet, enseignant de mathématique.

Un autre exemple d’apprentissage

- **<u>Les tuiles algébriques</u>**

Les tuiles algébriques sont reconnues pour faire émerger la compréhension conceptuelle, ce qui consolide le sens du nombre et des opérations autant en arithmétique qu’en algèbre.



- Sens du nombre algébrique;
- Sens des opérations en algèbre;
- Factorisation;
- Simplification d’expressions algébriques, et bien plus.

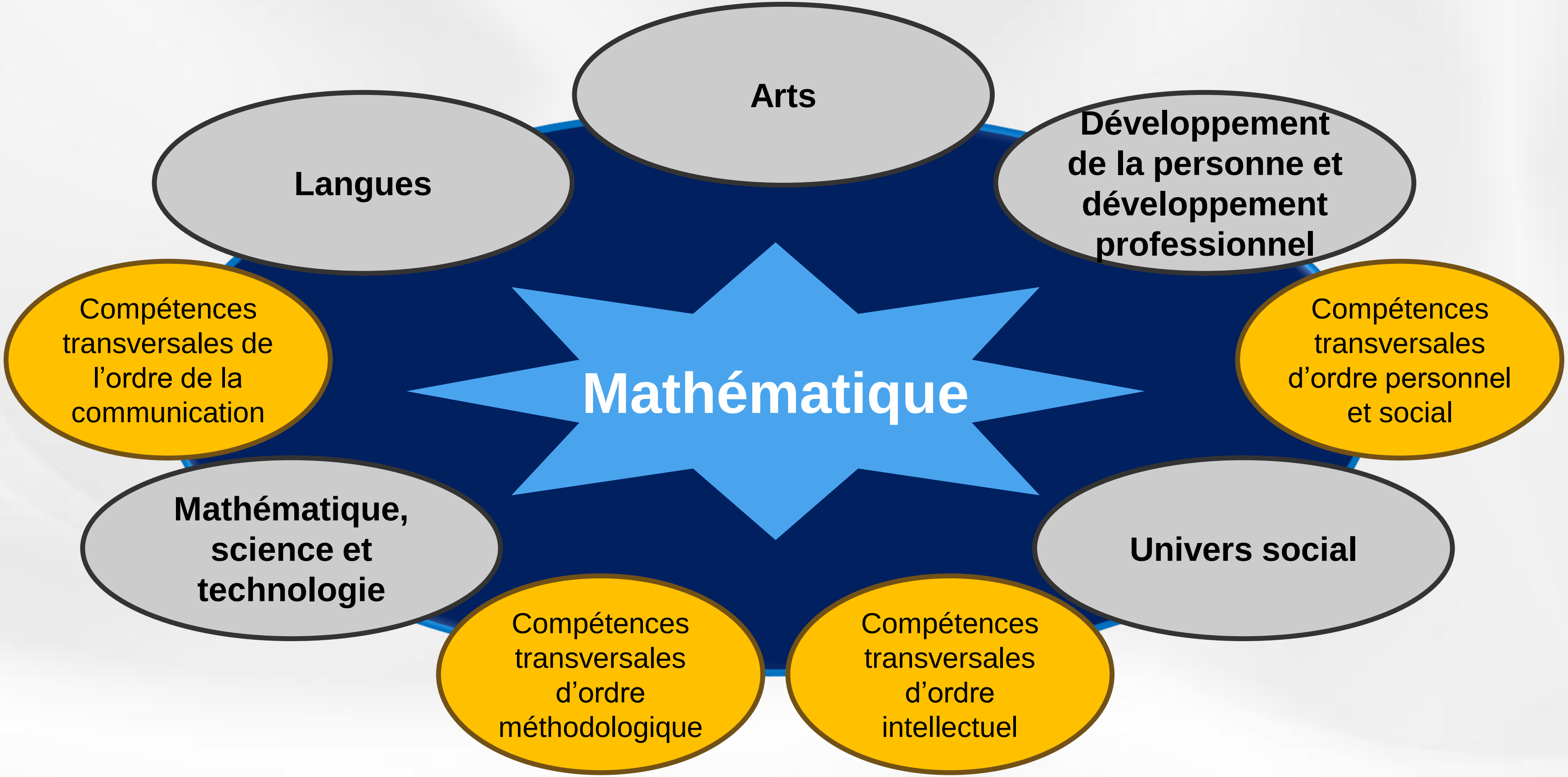
Source de la photo : Site *Alloprof*, https://www.alloprof.qc.ca/fr/eleves.

Pour alimenter la réflexion…

Pour apprendre à se servir de ses propres ressources intellectuelles, un être humain doit être régulièrement amené à poser et à résoudre des problèmes, à prendre des décisions, à gérer des situations complexes, à conduire des projets ou des recherches, à piloter des processus à l'issue incertaine. Si l'on veut que chaque élève construise des compétences, c'est à de telles tâches qu'il faut le confronter, non pas une fois de temps en temps, mais chaque semaine, chaque jour, dans toutes sortes de configurations.

– Perrenoud, dans PFEQ, 2e cycle du secondaire, 2007

3 Des mathématiques tout autour de nous



Les intentions mathématiques autour de nous

L'une des conditions essentielles à un problème est que la personne à qui il est présenté ait envie de lui trouver une solution.

Permettre aux élèves d'apprendre par des problèmes qui les touchent et qui captent leur attention :

- optimise les apprentissages;
- optimise le temps d'enseignement.

Dans le PFEQ du 2e cycle du secondaire	3e secondaire	Séquence CST	Séquence TS	Séquence SN
Pistes pouvant inspirer des problèmes de mathématique dans des contextes authentiques	Pages 54, 63-65	Pages 66-68, 80-82	Pages 83-85, 97-99	Pages 100-111

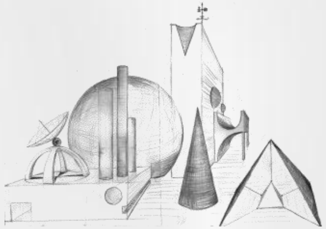
Un exemple d'activité d'apprentissage

- **<u>La voiture électrique</u>**

  - Demander comment fonctionne l'algorithme permettant de tracer la dépense énergétique d'une voiture électrique selon le dénivelé du chemin à parcourir.

  - Faire étudier, comprendre et prédire la portée de la voiture, son autonomie et les charges nécessaires.

Des exemples d’activités d’apprentissage



- **<u>Faire découvrir les relations, les fonctions autour de nous</u>**

– *Faire vivre des expériences concrètes faisant émerger des relations mathématiques;*

– *Faire comprendre d’abord l’idée de la relation entre les variables d’une fonction;*

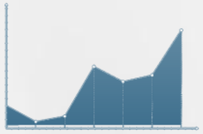
– *Amener à comprendre les relations, les fonctions de manière globale;*

– *Permettre de concrétiser les rôles des paramètres de manière générale;*

– *Permettre de concrétiser les liens entre la géométrie analytique et les équations fonctionnelles;*

– *Faire découvrir ce qui est remarquable entre certaines fonctions;*

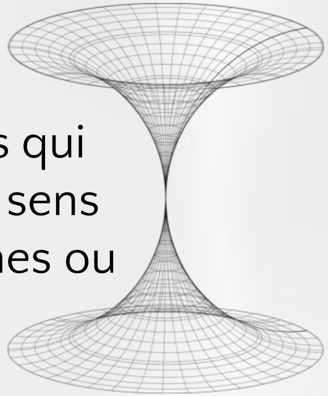
– *Donner l’occasion d’explorer différentes possibilités.*



Qu’est-ce qui se passe dans des cas particuliers comme ceux-ci?

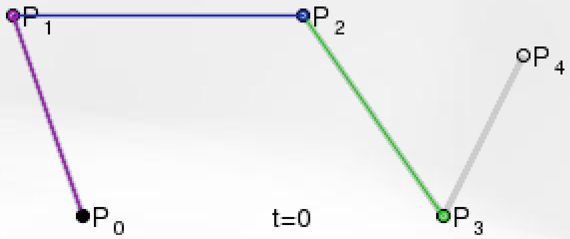
- Droites dont l’ordonnée à l’origine est le triple de la pente;
- Équations de la forme $ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont toutes les permutations possibles distinctes de {1, 2, 3}.

Un autre exemple d’activité d’apprentissage



La nature, les infrastructures, les technologies et toutes les inventions qui nous entourent nous offrent des possibilités infinies pour travailler le sens spatial. Pourquoi ne pas s’en inspirer dans les contextes des problèmes ou des projets proposés aux élèves?

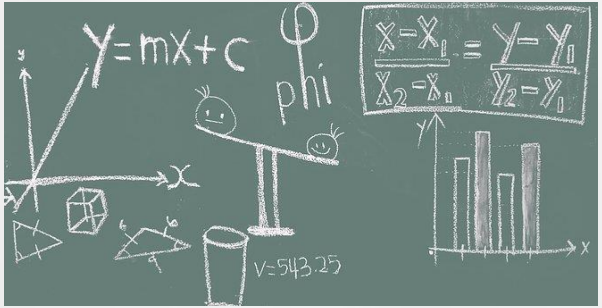
- Création d’œuvres d’art à l’aide de courbes de poursuite (Voir un exemple sur Campus RÉCIT)
- Modélisation en 3D (Voir un exemple sur RÉCIT MST)



Source: Autodesk, *Différences entre la technique de dessin et de modélisation*, 2014, https://knowledge.autodesk.com/fr/support/inventor-products/learn-explore/caas/CloudHelp/cloudhelp/2015/FRA/Inventor-Fundamentals/files/GUID-7907901F-DD7A-4E47-9DF3-87EC67A3682F-htm.html.

Des mathématiques tout autour de nous

- Connaître les compétences des autres disciplines pour donner plus de sens aux apprentissages.
- Développer le langage lié aux différentes disciplines, prendre conscience des connexions entre les différents apprentissages et les différents modes de représentation.
- Plusieurs des liens interdisciplinaires permettent également d'explorer différents **repères culturels**.



Pour plus d'informations concernant les repères culturels, visionner la séance de formation et d'information sur l'approche culturelle en mathématique sur le site du ministère de l'Éducation.

Questionner les élèves

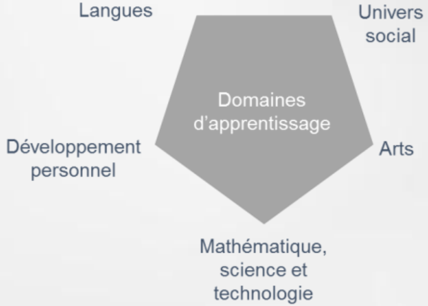
Intention d'apprentissage

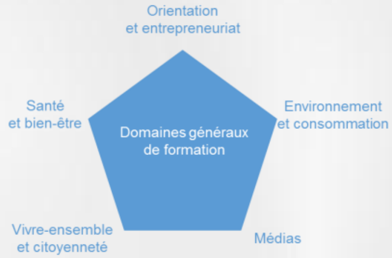
Liens entre les disciplines

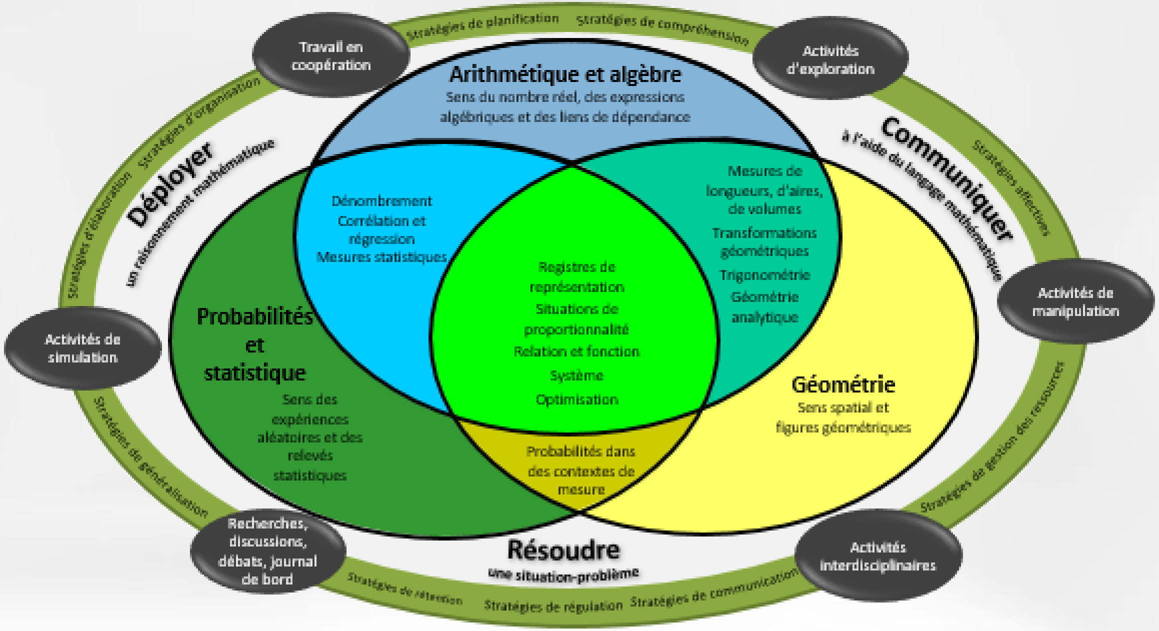
Liens entre la mathématique et la vie de tous les jours

Optimisation des apprentissages

Tout est dans tout…







Source : PFEQ, 2[r] cycle du secondaire, p. 50.

Des stratégies d’enseignement qui favorisent l’optimisation des apprentissages

Les pratiques collaboratives

Les discussions mathématiques

Le climat de classe

Les routines mathématiques

Des stratégies d'enseignement qui favorisent l'optimisation des apprentissages

La rétroaction fréquente et signifiante

La résolution de problèmes

La diversité de raisonnements

Le modelage

Le portrait des élèves

Des stratégies d’enseignement qui favorisent l’optimisation des apprentissages

Des activités stimulantes et concrètes

Des référents communs

L’erreur comme levier pour l’apprentissage

Des ressources diversifiées

Des ressources diversifiées

Approche écologique

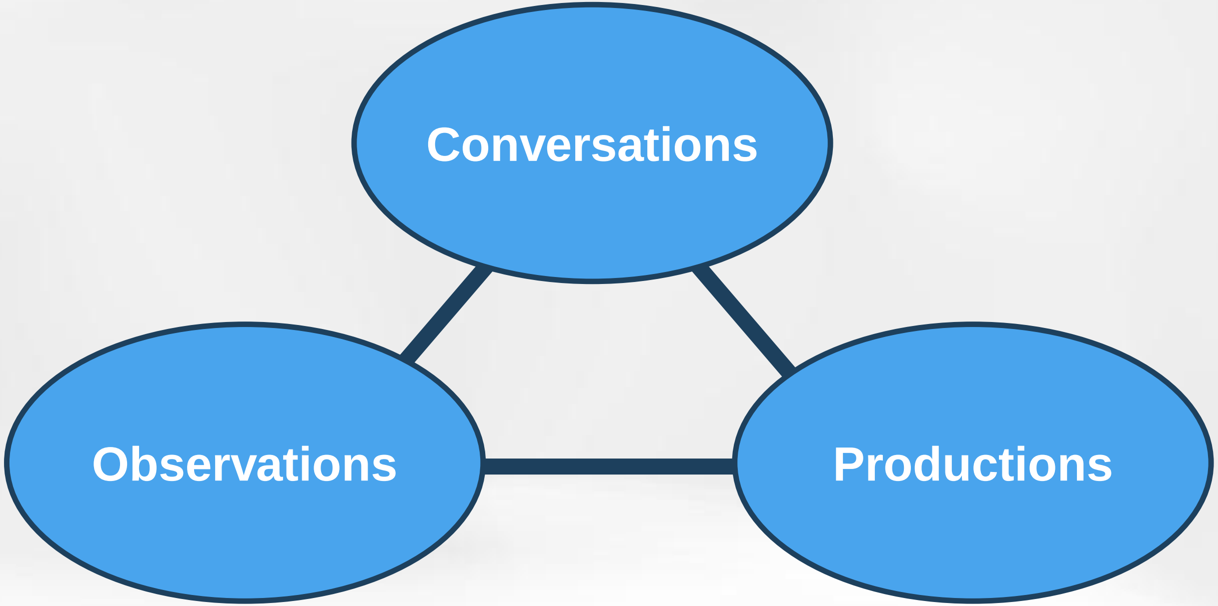
Matériel de manipulation

Matériel authentique

TIC et programmation

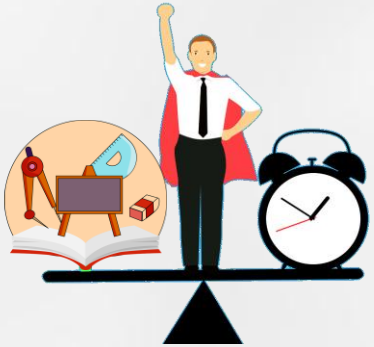
Des stratégies d'enseignement qui favorisent l'optimisation des apprentissages

- Offrir de la rétroaction variée à partir des :



D’autres idées pour optimiser les apprentissages

- Faire trouver l’intrus parmi plusieurs objets, relations, équations, etc.
- Poser des questions sous la forme « Qu’est-ce qui arriverait si… ».
- Modifier les données d’un problème, les présenter sous un nouvel angle.
- Demander aux élèves de trouver trois ou même cinq chemins pour arriver à une solution.
- Proposer différents niveaux de difficulté pour un même problème.
- Demander aux élèves de créer une question à partir de données.
- Demander à l’élève ce qu’il préfère et pourquoi il le préfère.



Pour alimenter la réflexion…

Aucune approche ne peut à elle seule garantir la réussite des élèves. Un équilibre entre diverses approches, stratégies d'enseignement et modalités d'organisation du travail doit être offert.

– UNESCO, 2000, dans le référentiel *Agir autrement*

5 Des pistes réflexives

Quelle proposition vous semble la plus prometteuse? Pourquoi?

Y a-t-il d'autres propositions qui permettraient d'optimiser les apprentissages en mathématique?

Merci!

Des questions?

Pour joindre l'équipe des programmes d'études de mathématique :

FGJ-math@education.gouv.qc.ca

Bibliographie

- Autodesk (2014). *Différences entre la technique de dessin et de modélisation*. https://knowledge.autodesk.com/fr/support/inventor-products/learn-explore/caas/CloudHelp/cloudhelp/2015/FRA/Inventor-Fundamentals/files/GUID-7907901F-DD7A-4E47-9DF3-87EC67A3682F-htm.html
- Calame, Jacques-André (1993). « Jeux, concours, championnats mathématiques. Quoi de neuf? », *Math-École*, nº 156, janvier, p. 20. https://www.revue-mathematiques.ch/files/8914/6288/8333/Mathecole_156.pdf
- Gervais, Guy, « Utiliser Moodle en évaluation : pourquoi et comment », *Envol (Σ2√o1)*, Group3 des respons4bles en ma7hém4tique au second4ire, édition spéciale 2017, p. 14.
- Mason, John (1982). L'esprit Mathématique. Éditions Modulo, Montréal, 178 p..
- Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur (MEES) (2019). *Référentiel d'intervention en mathématique*. Gouvernement du Québec. http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/dpse/adaptation_serv_compl/Referentiel-mathematique.PDF
- Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS) (2012). *Agir autrement en mathématique pour la réussite des élèves en milieu défavorisé*. Gouvernement du Québec. http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/education/adaptation-scolaire-services-comp/SIAA_Math_reference_FR.pdf

Bibliographie (suite)

- Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS) (2009). *Progression des apprentissages en mathématique au secondaire*. Gouvernement du Québec. http://www.education.gouv.qc.ca/enseignants/pfeq/secondaire/domaine-de-la-mathematique-de-la-science-et-de-la-technologie/mathematique/
- Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ) (2006). *Programme de formation de l'école québécoise*. Gouvernement du Québec. http://www.education.gouv.qc.ca/enseignants/pfeq/secondaire/domaine-de-la-mathematique-de-la-science-et-de-la-technologie/mathematique/
- Ministère de l'Éducation de l'Ontario (MEO) (2004). *La numératie en tête de la 7e à la 12e année : rapport du Groupe d'experts pour la réussite des élèves.* Gouvernement de l'Ontario.
- National Council of Teachers of Mathematics, Philips Exeter Academy, 2005.
- Picard, C. (2018). *Enseigner la résolution de problèmes : accompagner les élèves de 5 à 12 ans dans le développement de la compétence à résoudre des problèmes*. Chenelière Éducation.
- Van de Walle, J. A., et Lovin, L. H. (2008). *L'enseignement des mathématiques : l'élève au centre de ses apprentissages (tome 3).* ERPI.