



L'erreur en mathématique au primaire : un levier pour l'apprentissage

Équipe des programmes d'études de mathématique

Direction de la formation générale des jeunes

Ministère de l'Éducation

Hiver 2022



Qui sommes-nous?

L'équipe des programmes d'études de mathématique

- **Geneviève Dupré**, responsable
Programmes d'études de mathématique
- **Raymond Nolin**, enseignant en prêt de service
Programme d'études de mathématique du primaire
- **Esther Veilleux**, enseignante en prêt de service
Programme d'études de mathématique du secondaire

Plan de la présentation

1. Comment utiliser l'erreur comme levier d'apprentissage?
2. Comment réduire l'effet anxiogène de l'erreur et la transformer en source de motivation et d'engagement pour les élèves?
3. Quels principes d'enseignement permettent d'exploiter l'erreur pour assurer le développement des compétences?

Objectifs de la formation



- Démystifier le rôle de l'erreur au sein du processus d'apprentissage
- Sensibiliser les participants à la possibilité de faire passer l'erreur de source d'anxiété à source de motivation et d'engagement
- Analyser des erreurs pour déterminer des pistes d'action et des principes pour l'enseignement des mathématiques



Qu'est-ce qu'une erreur?

Comment réagissons-nous à nos propres erreurs?

Comment réagissons-nous lorsque nos erreurs sont
relevées?

« [...] l'enseignant laisse une place à l'erreur,
qu'il exploite de façon constructive,
c'est-à-dire qu'il apprend aux élèves
à tirer profit de leurs erreurs ou des obstacles rencontrés
pour les transformer en ressources et progresser. »

- Programme de formation de l'école québécoise, mathématique,
2^e cycle du secondaire, p. 13



1

Comment utiliser l'erreur comme levier
d'apprentissage?



Concernant les erreurs des élèves, ce qui est important, c'est :

- d'essayer de restituer la cohérence qui leur est sous-jacente;
- de les comprendre et de penser en fonction de cette compréhension les moyens d'action;
- d'aider les élèves à développer des modes de contrôle diversifiés de leur travail;
- d'apprendre à évaluer le potentiel d'occasions d'apprentissage que recèlent leurs erreurs et d'essayer de les exploiter au mieux;
- de s'interroger réflexivement sur la façon de gérer leurs erreurs et les effets possibles, productifs et contre-productifs, de cette gestion.

Puisque le processus d'apprentissage implique :

d'accepter de ne pas savoir
(démarche de recherche),

de remanier ce que l'on sait,

de mener des investigations,

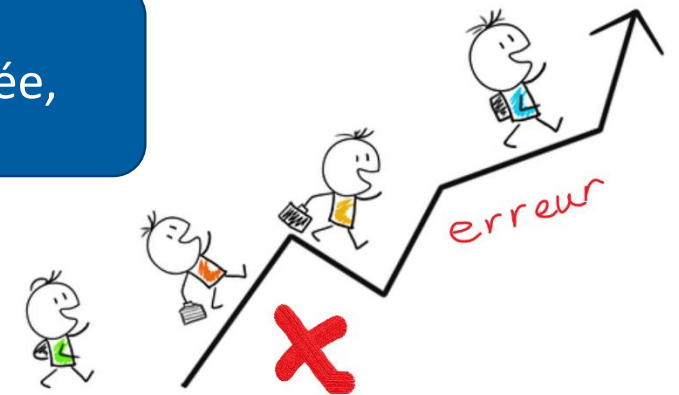
d'avoir un regard critique et exigeant,

d'entrer dans le débat,

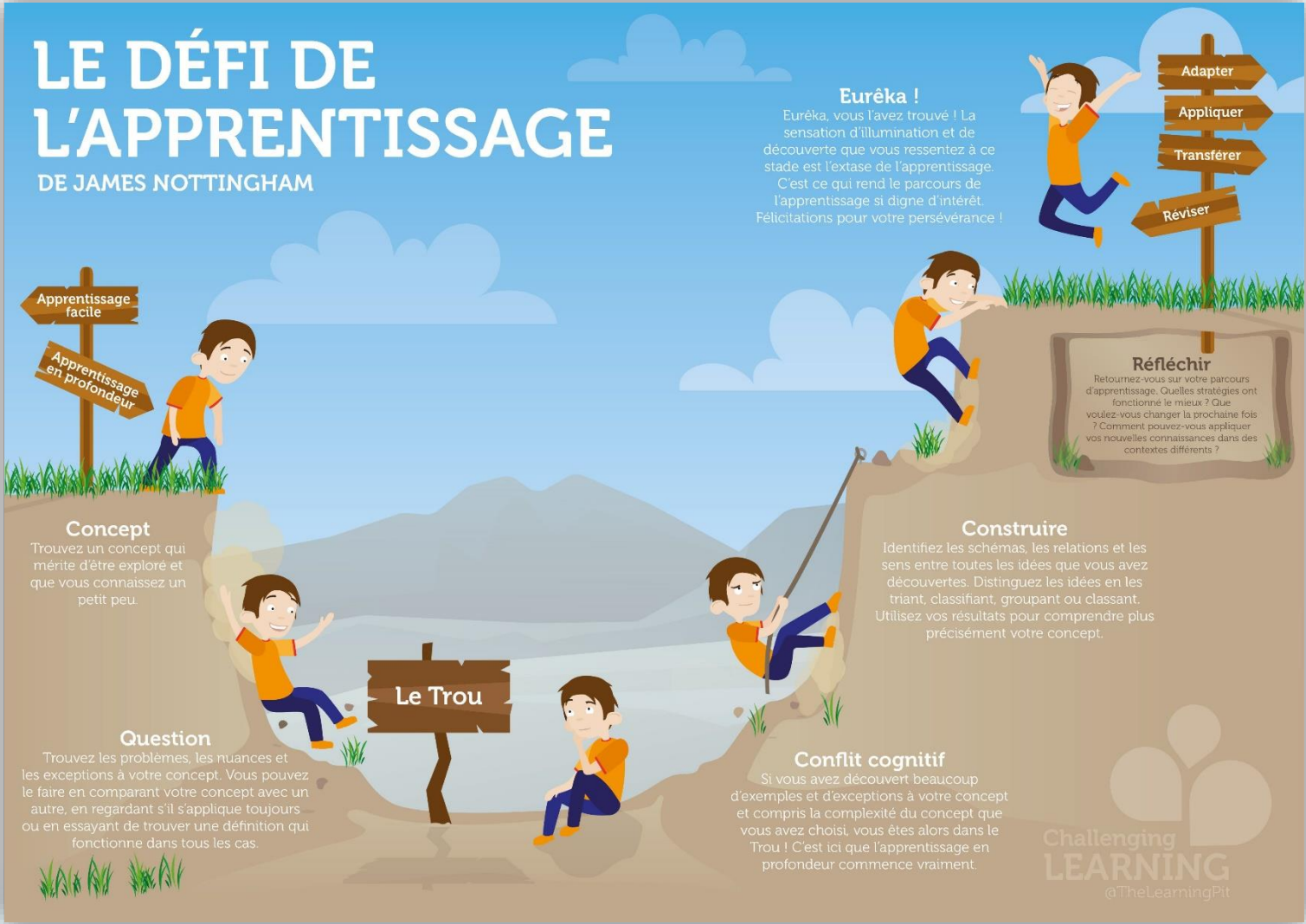
d'intégrer l'erreur assumée,

l'erreur est un levier pour l'apprentissage.

Zakhartchouk (2019)



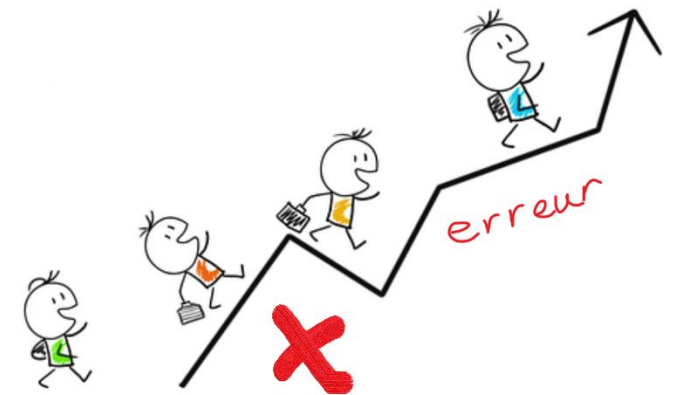
Les étapes à franchir pour apprendre



Nottingham (2007)

Bref, utiliser l'erreur comme levier d'apprentissage, c'est :

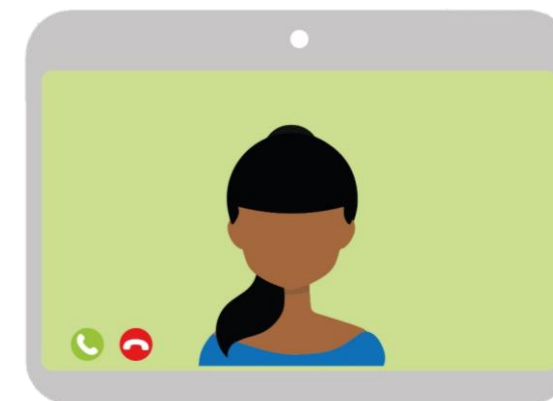
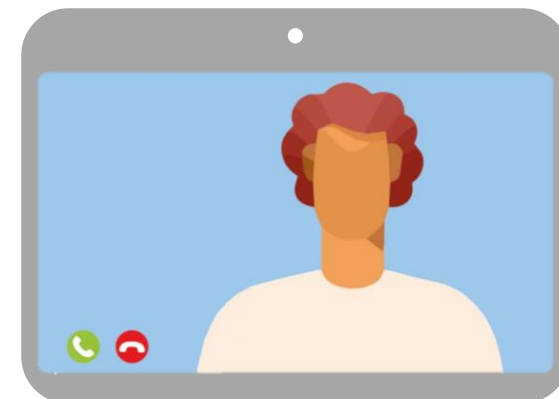
- accepter sa présence, et parfois même la provoquer;
- en faire un outil qui favorise la confrontation d'idées, les échanges, la justification et bien plus;
- l'utiliser comme levier pour faire progresser l'apprentissage des élèves, pour développer une meilleure compréhension conceptuelle;
- en comprendre la source pour ajuster ses interventions.





Mise en pratique d'une analyse de problème

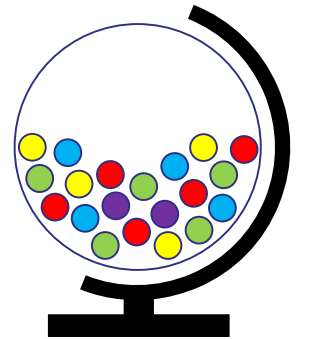
- Individuellement, analysez le problème suivant pour anticiper les obstacles possibles et vous préparer à intervenir.
- Pour cela, nous vous proposons de répondre aux questions suivantes :
 - Quelles stratégies les élèves pourraient-ils déployer pour résoudre ce problème?
 - Quelles sont les sources d'erreurs possibles?
 - Quelles pistes d'action est-il possible d'envisager pour favoriser les apprentissages lors de la résolution de ce problème?



Les boules de gomme (adapté des ressources proposées par le [Centre d'éducation en mathématiques et en informatique](#) de l'Université de Waterloo)

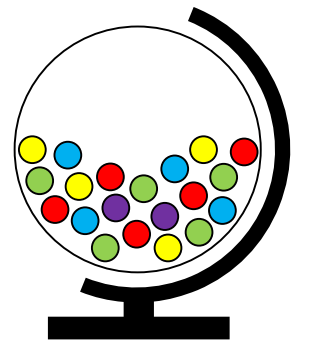
Les boules de gomme

- Robbie a gagné une machine à boules de gomme géante. Elle estime qu'il y a entre 300 et 350 boules de gomme à l'intérieur. Elle aimerait les partager avec ses amis.
- Elle décide de faire la liste de ses amis en fonction du moment où elle les a connus. Elle veut donner le plus grand nombre de boules de gomme à l'ami qu'elle connaît depuis le plus longtemps. Ensuite, elle donnera à l'ami suivant sur la liste exactement la moitié de ce nombre de boules de gomme. Elle continuera à donner la moitié moins de boules de gomme à l'ami suivant de la liste jusqu'à ce que la régularité ne puisse plus s'appliquer. (Elle ne donnera pas la moitié d'une boule de gomme.)
- Si la dernière personne à qui elle donne des boules de gomme en reçoit cinq et que ses amis tous ensemble reçoivent autant de boules de gomme qu'elle en conserve pour elle-même, combien d'amis de Robbie auront reçu des boules de gomme? Justifiez votre réponse.



Ce problème a été adapté des ressources proposées par le [Centre d'éducation en mathématiques et en informatique](#) de l'Université de Waterloo.

Les boules de gomme

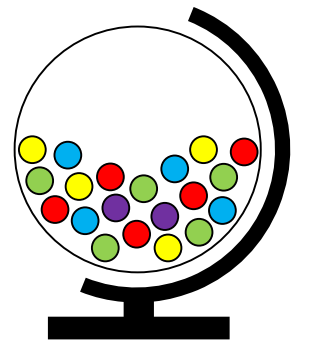


Les boules de gomme.

	Amis	Robbie	Total
	5	5	10
x2	10	$10+5=15$	25
x2	20	$15+20=35$	$20+35=55$
x2	40	$35+40=75$	$40+75=115$
x2	80	$75+80=155$	$115+155=270$ pas assez
x2	160	$155+160=315$	$270+315=585$ Trop

ce problème est impossible.

Les boules de gomme



Les boules de gomme

300 boules minimum

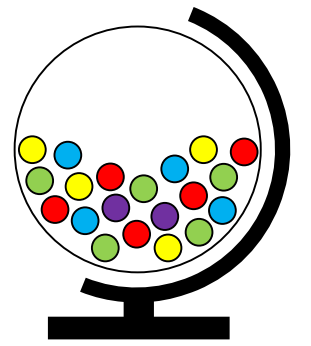
350 boules maximum.

Robbie en conserve autant qu'elle en donne.

		Total
Ami 1 = 5 boules	Robbie = 5 boules	5+5=10
Ami 2 = 5x2 = 10 boules	Robbie = 10 boules	10+10=20
Ami 3 = 10x2 = 20 boules	Robbie = 20 boules	20+20=40
Ami 4 = 20x2 = 40 boules	Robbie = 40 boules	40+40=80
Ami 5 = 40x2 = 80 boules	Robbie = 80 boules	80+80=160
Ami 6 = 80x2 = 160 boules	Robbie = 160 boules	160+160=320

6 amis de Robbie vont recevoir des boules de gomme.

Les boules de gomme



Les boules de gomme.

300-350 gomme.

$$\begin{array}{r} +2 \rightarrow 160 \text{ ⑥} \\ \hline +2 \rightarrow 80 \text{ ⑤} \\ \hline +2 \rightarrow 40 \text{ ④} \\ \hline +2 \rightarrow 20 \text{ ③} \\ \hline +2 \rightarrow 10 \text{ ②} \\ \hline +2 \rightarrow 5 \text{ ①} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} 15 \\ 35 \\ 75 \\ 155 \end{array} \quad 315 \text{ boules.}$$

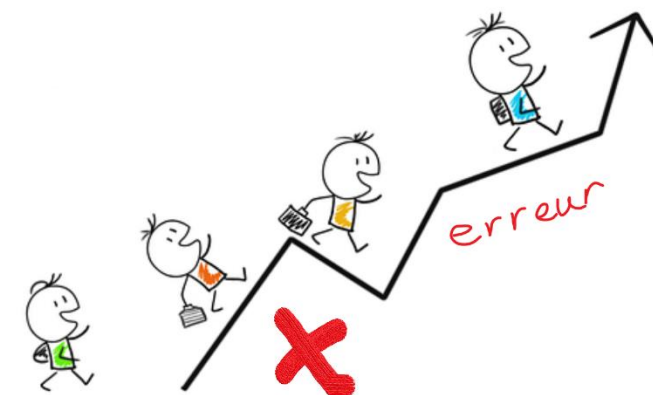
$$\begin{array}{r} 5 \\ +10 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ +20 \\ \hline 35 \end{array} \quad \begin{array}{r} 35 \\ +40 \\ \hline 75 \end{array} \quad \begin{array}{r} 75 \\ +80 \\ \hline 155 \end{array} \quad \begin{array}{r} 155 \\ +160 \\ \hline 315 \end{array}$$

Les amis de Robbie ont reçu des gomme.



L'analyse des problèmes permet :

- de déterminer l'intention pédagogique;
- d'anticiper les démarches, les stratégies et les obstacles;
- de prévoir :
 - des interventions pour aider les élèves à franchir ces obstacles;
 - des questions qui suscitent la réflexion des élèves;
 - des façons de relancer les élèves en panne d'inspiration;
- d'utiliser l'erreur comme levier d'apprentissage.





2

Comment réduire l'effet anxiogène de l'erreur
et la transformer en source de motivation
et d'engagement pour les élèves?



La perception de l'erreur : regard des élèves

Un élément qui génère souvent de l'anxiété
par rapport à la mathématique chez les élèves
est la peur de faire des erreurs,
ce qui freine plusieurs d'entre eux
dans leur investissement cognitif
à l'égard de la tâche.



La perception de l'erreur : regard de l'enseignant

- Astolfi (2021) cerne certains enjeux quant à la place de l'erreur en mathématique. Il constate que l'erreur est souvent, chez l'enseignant :

considérée comme une
preuve
des « ratés »
d'apprentissage
de l'élève;

considérée comme une
preuve
de ses propres
« ratés » d'enseignement;

associée à la crainte de
devoir analyser le
raisonnement de l'élève,
c'est-à-dire de devoir
« entrer dans sa tête ».



L'importance de développer un climat de classe favorable aux apprentissages

Peu importe les approches ou les modalités organisationnelles utilisées par l'enseignant, le climat relationnel de la classe doit permettre aux élèves de prendre leur place en se sentant écoutés et respectés.

Dans ce contexte, les élèves acceptent plus facilement :

de relever
des défis cognitifs;

de risquer de
faire des erreurs;

d'être déstabilisés
par la démarche
d'apprentissage.



Quelques composantes d'un climat de classe favorable aux apprentissages



Croire au potentiel
de chaque élève



Tenir compte des
repères culturels



Adopter une attitude positive
à l'égard de la mathématique



Proposer des tâches significantes
qui favorisent l'engagement
de tous les élèves



Avoir une bonne connaissance
des concepts et des processus
ainsi que des liens entre eux



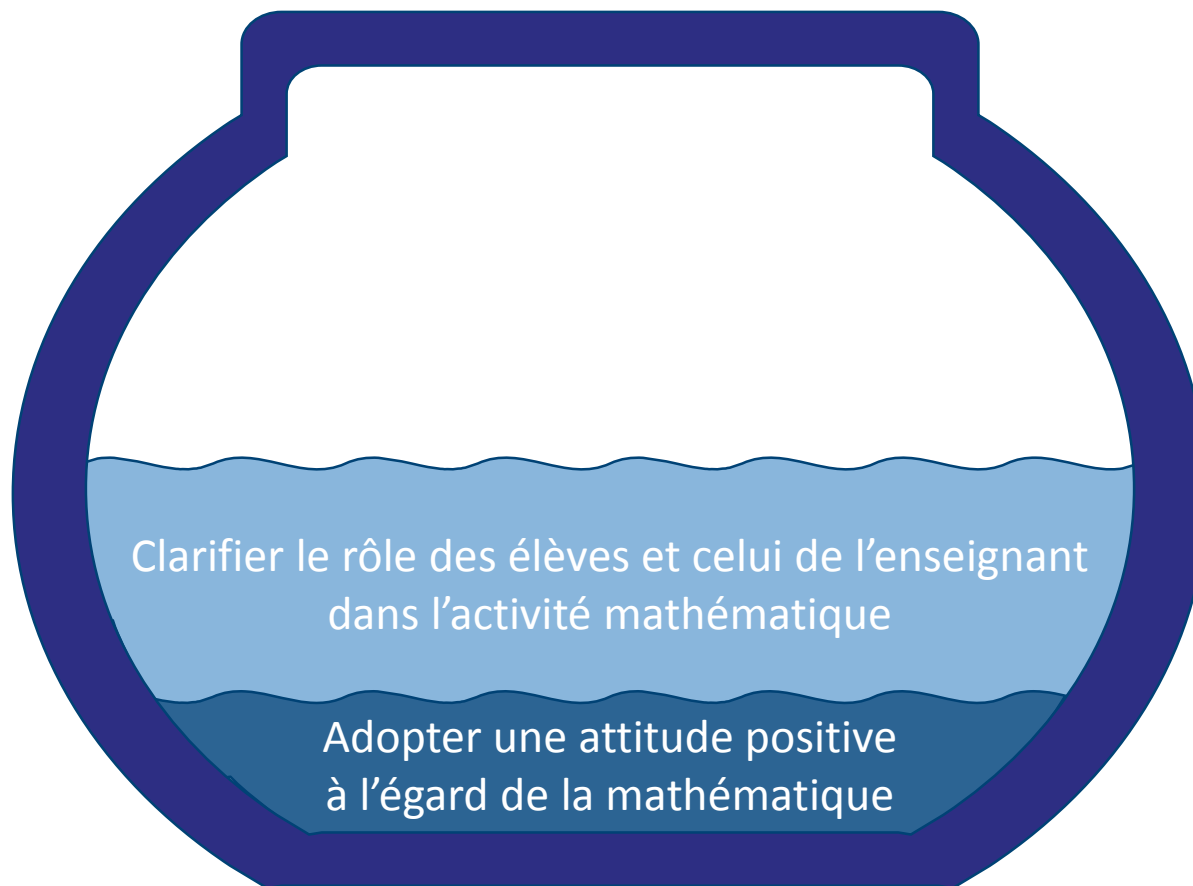
Quelques composantes d'un climat de classe favorable aux apprentissages



Établir un climat
de confiance et de respect



Prendre le temps
d'analyser les croyances
des élèves



Encourager la prise de risque



Exprimer des attentes
qui sont compatibles avec
l'activité mathématique



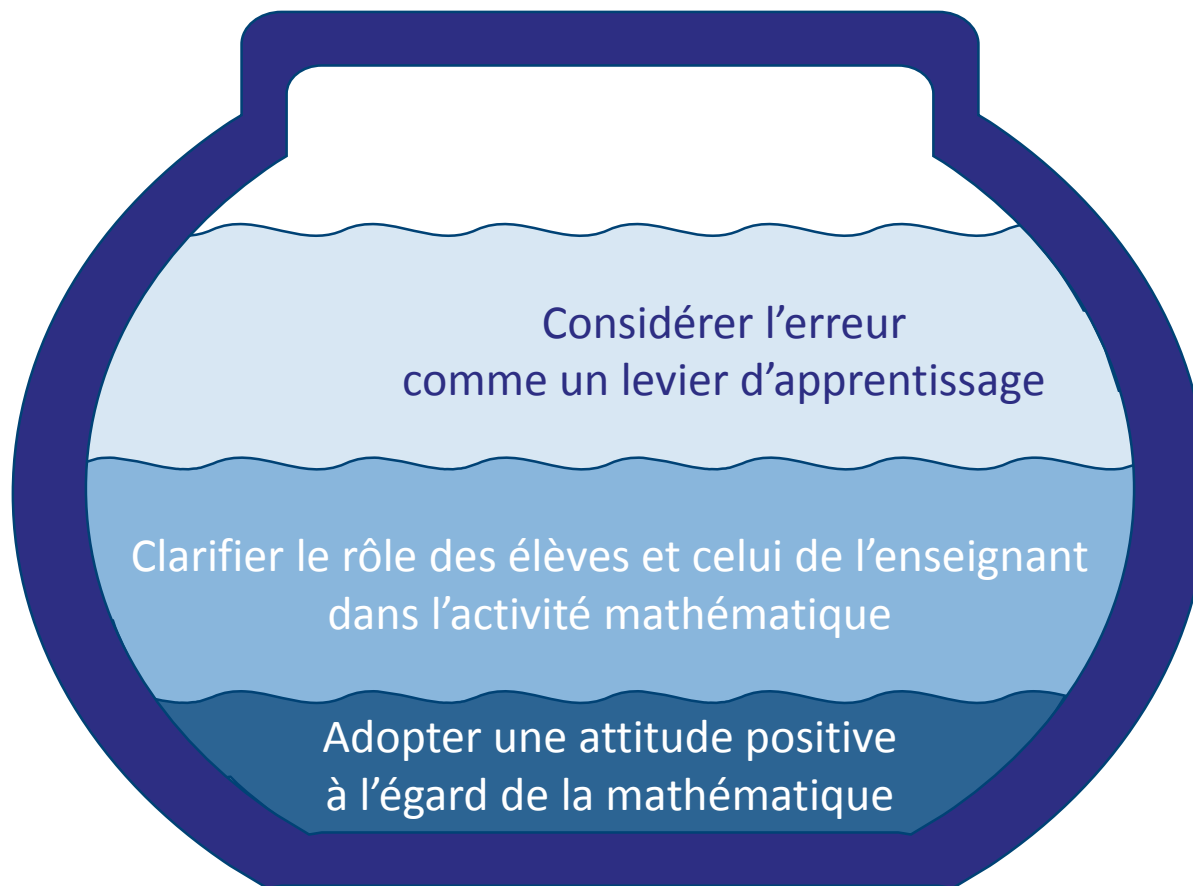
Quelques composantes d'un climat de classe favorable aux apprentissages



Reconnaître le droit à l'erreur



Mettre en valeur la façon dont les erreurs permettent d'améliorer l'apprentissage



Encourager les élèves qui font des erreurs bénéfiques pour l'apprentissage

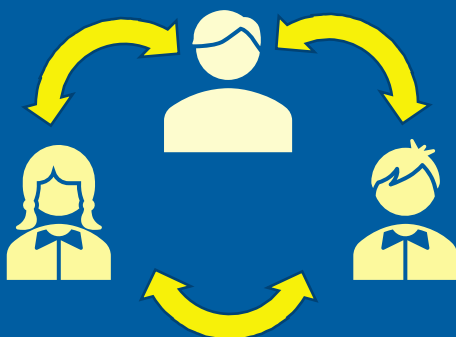


Favoriser les discussions à propos des erreurs pour en faire bénéficier l'ensemble des élèves



Les bienfaits d'un climat de classe favorable aux apprentissages

La confiance réciproque



Le raisonnement et la communication

La prise de risque

L'engagement et la participation active
des élèves

La construction de sens

Retour sur la première analyse du problème

- En équipe de quatre, faites une synthèse des éléments identifiés.
 - Quelles stratégies les élèves pourraient-ils déployer pour résoudre ce problème?
 - Quelles sont les sources d'erreurs possibles?
 - Quelles pistes d'action est-il possible d'envisager pour favoriser les apprentissages lors de la résolution de ce problème?



Les boules de gomme (adapté des ressources proposées par le [Centre d'éducation en mathématiques et en informatique](#) de l'Université de Waterloo)



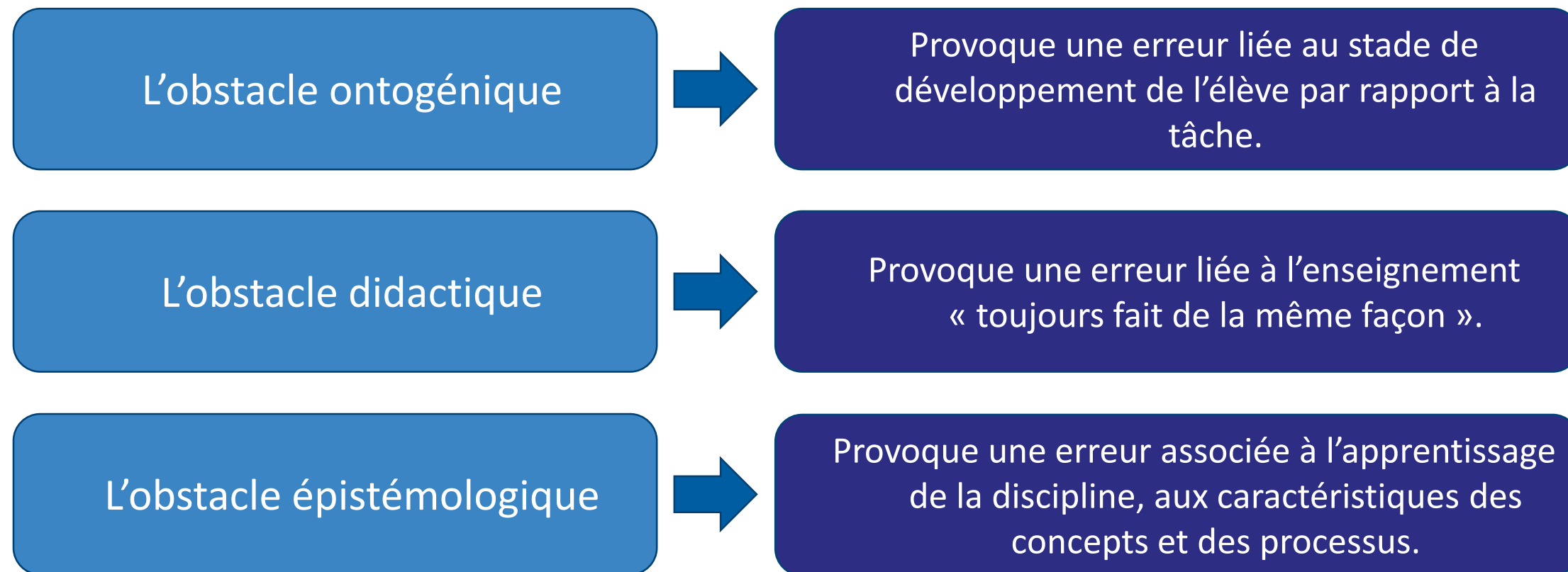
Que retient-on de cette activité?

La construction des concepts et des processus mathématiques est marquée non seulement par des tremplins, mais aussi par des obstacles que les enseignants gagneraient à mieux connaître.

DeBlois (2011)



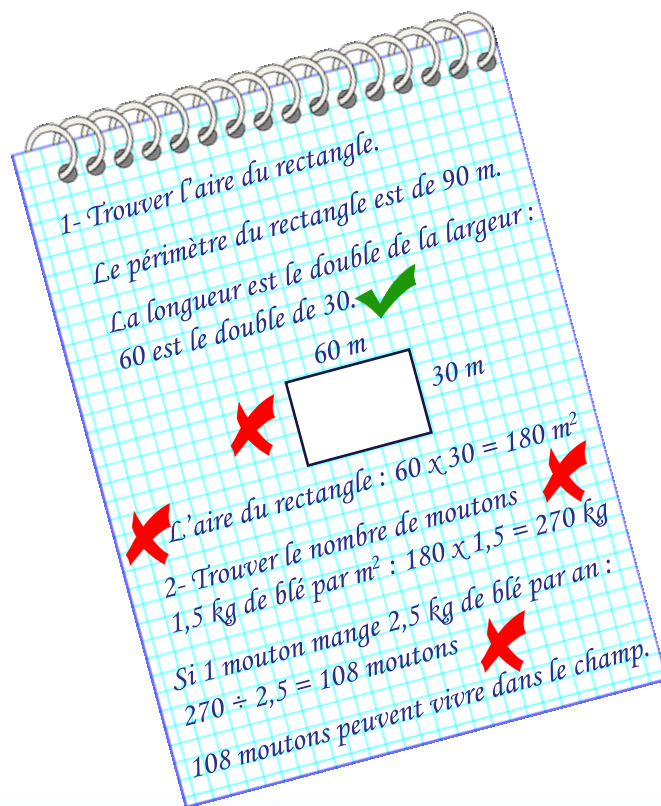
Différents types d'obstacles



Brousseau (1998)

Différents types d'erreurs en mathématique

- Comment se sent un élève devant cette feuille?

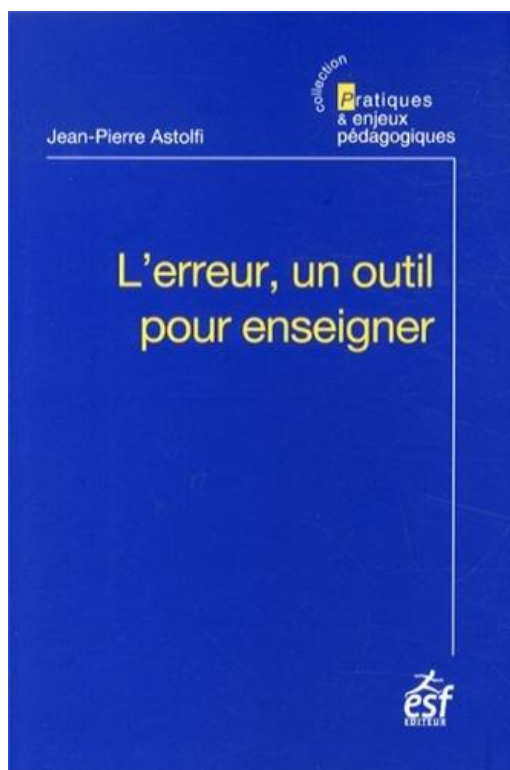


- En catégorisant l'erreur en tant que mauvaise réponse sans plus, on associe le fait de faire une erreur au mal, à une faute (p. 159).
- L'enseignant doit se questionner sur ce qu'il y a derrière l'erreur :
 - Une simple distraction?
 - Le résultat d'un apprentissage inadéquat?
 - Une conception sous-jacente qui fait obstacle au progrès de la connaissance?
- Une telle analyse est nécessaire pour qu'il puisse ensuite intervenir, démontrer l'obstacle et aider l'élève à surpasser l'erreur.



Différents types d'erreurs en mathématique

- Il existe une variété de types d'erreurs, notamment des erreurs liées :

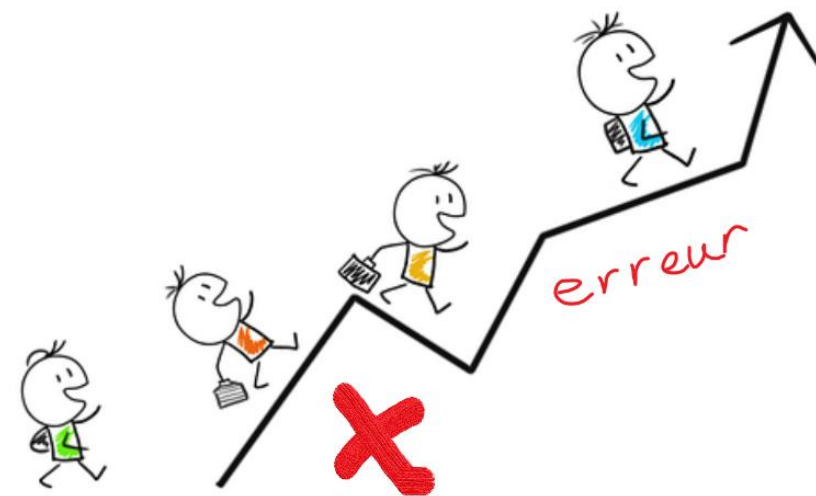


- au traitement de la consigne;
- aux habitudes ou aux croyances de l'élève;
- à une automatisation inachevée;
- à une surcharge cognitive;
- au choix de procédure;
- au transfert de connaissances;
- aux choix didactiques et pédagogiques.

Astolfi (2021)

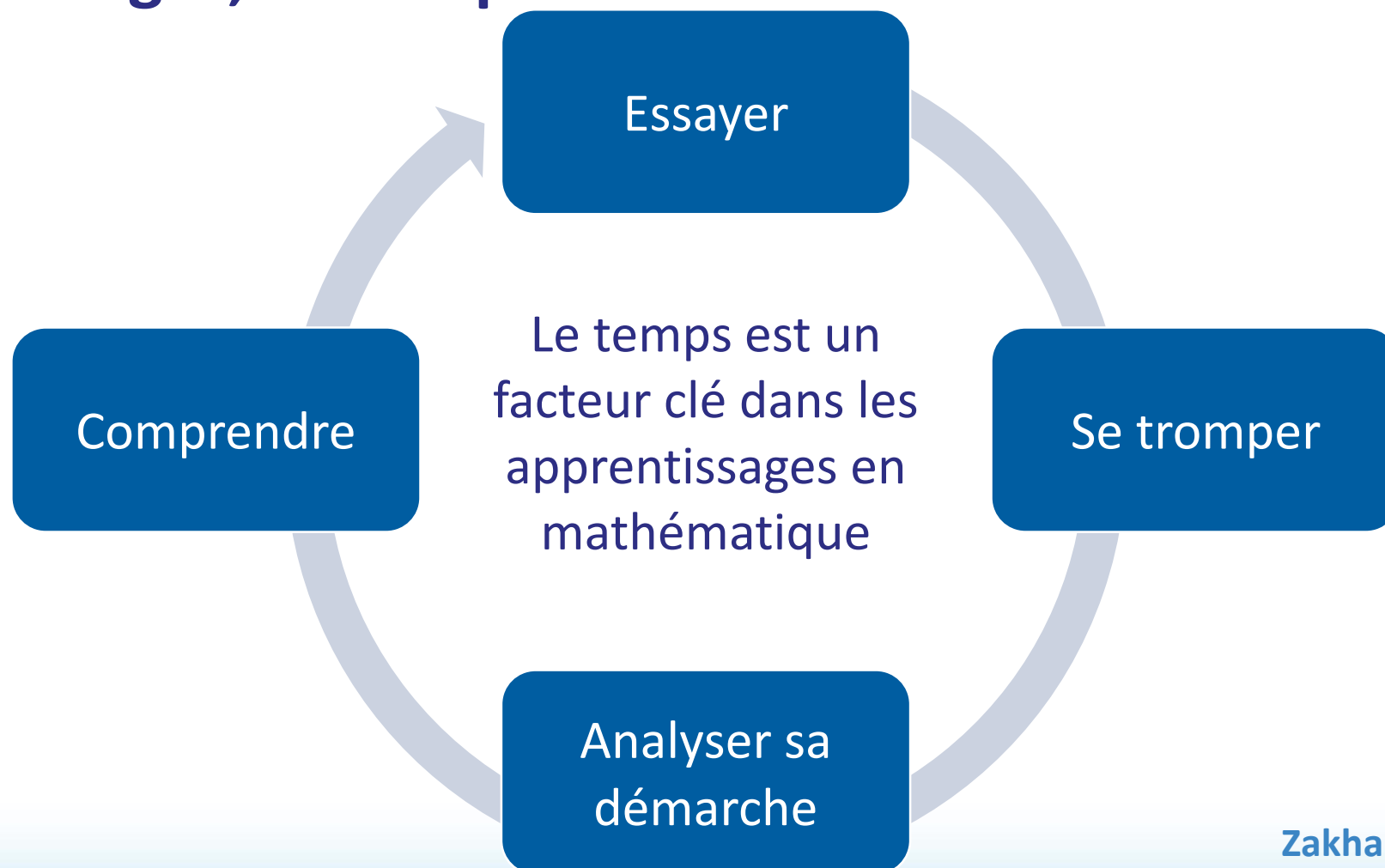
Pourquoi reconnaître les types d'erreurs?

L'identification du type d'obstacle ou de la source de l'erreur permet à l'enseignant de déterminer des pistes d'action qui transforment l'erreur en levier pour l'apprentissage.





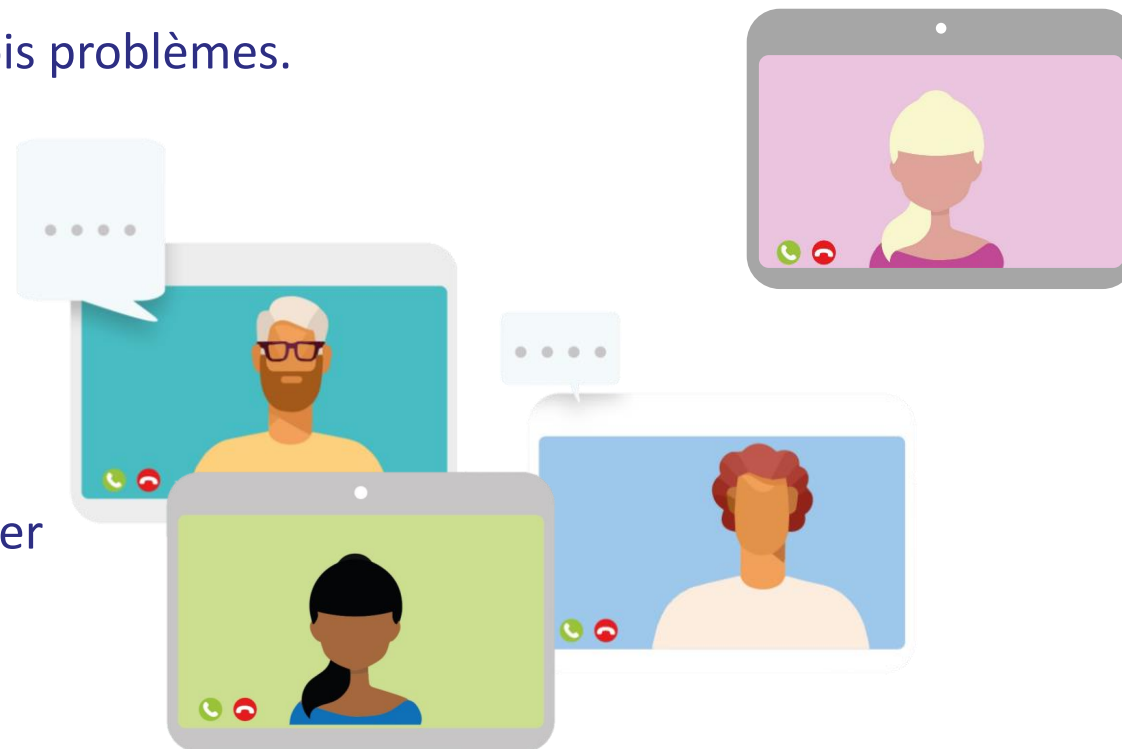
Dans un climat de classe favorable aux apprentissages, l'élève peut :



Mise en pratique d'une analyse d'erreurs

- Individuellement, faites une analyse d'un des trois problèmes.

- En équipe :
 - faites un retour sur votre analyse;
 - analysez les démarches d'élèves;
 - identifiez des pistes d'action pour transformer les erreurs en levier d'apprentissage.



Les problèmes ont été adaptés des ressources proposées par le [Centre d'éducation en mathématiques et en informatique](#) de l'Université de Waterloo.

Le garçon qui comptait sans 8



- Il était une fois un enfant à qui les parents n'avaient jamais appris le chiffre 8.
- Il grandit et devint une personne merveilleuse, mais il comptait toujours 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, et ainsi de suite, en sautant tous les nombres comprenant un 8.
- Un jour, on lui a confié la tâche de numéroté les pages d'un livre.
- Sur la dernière page du livre, il a écrit le nombre 320.
- Compte tenu de ce que vous savez sur cet enfant, combien de pages y a-t-il réellement dans ce livre?



Les problèmes ont été adaptés des ressources proposées par le [Centre d'éducation en mathématiques et en informatique](#) de l'Université de Waterloo.



Le garçon qui comptait sans 8

8 18 28 38 48 58 68 78 ~~88~~ 98 108 118 128 138
148 158 168 178 188 198 208 218 228 238 248 258
268 278 288 298 308 318 = 32 nombres avec un 8

$$\begin{array}{r} 310 \\ - 32 \\ \hline 278 \end{array}$$

il y a

288 pages dans le livre



Le garçon qui comptait sans 8

Le garçon qui comptait sans 8.

8, 18, 28, 38, 48, 58, 68, 78, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
98, 108, 118, 128, 138, 148, 158, 168, 178, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186,
187, 188, 189, 198, 208, 218, 228, 238, 248, 258, 268, 278, 280, 281
282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 298, 308, 318, 328.

Il ya 60 nombres avec un 8 dedans.

$320 + 60 = 380$ pages dans le livre.



Le garçon qui comptait sans 8

Le garçon qui comptait sans 8.

1... 320.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, -, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, -, 19, 20

21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 2-, 29, 30, 31, 32.

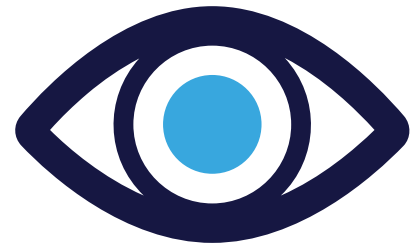
Quand il arrive à 32, il y a en fait 29 pages.

À 320 pages, (10x plus), il y a $29 \times 10 = 290$ pages dans
de livres.

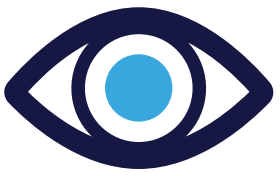
Une question de perception



- En gribouillant, Imran a fait un dessin dont le milieu est un carré entouré d'autres carrés plus petits.
- Ensemble, le carré du milieu et tous les petits carrés forment un plus grand carré.
- Les petits carrés ont tous la même longueur de côté, et il n'y a pas de chevauchements entre les carrés ni de vide dans l'image.
- La longueur des côtés des petits carrés correspond au tiers de la longueur du côté du carré du milieu.
- Si la longueur du côté du carré central est de 6 cm, quelle est l'aire du plus grand carré formé par l'ensemble du dessin?

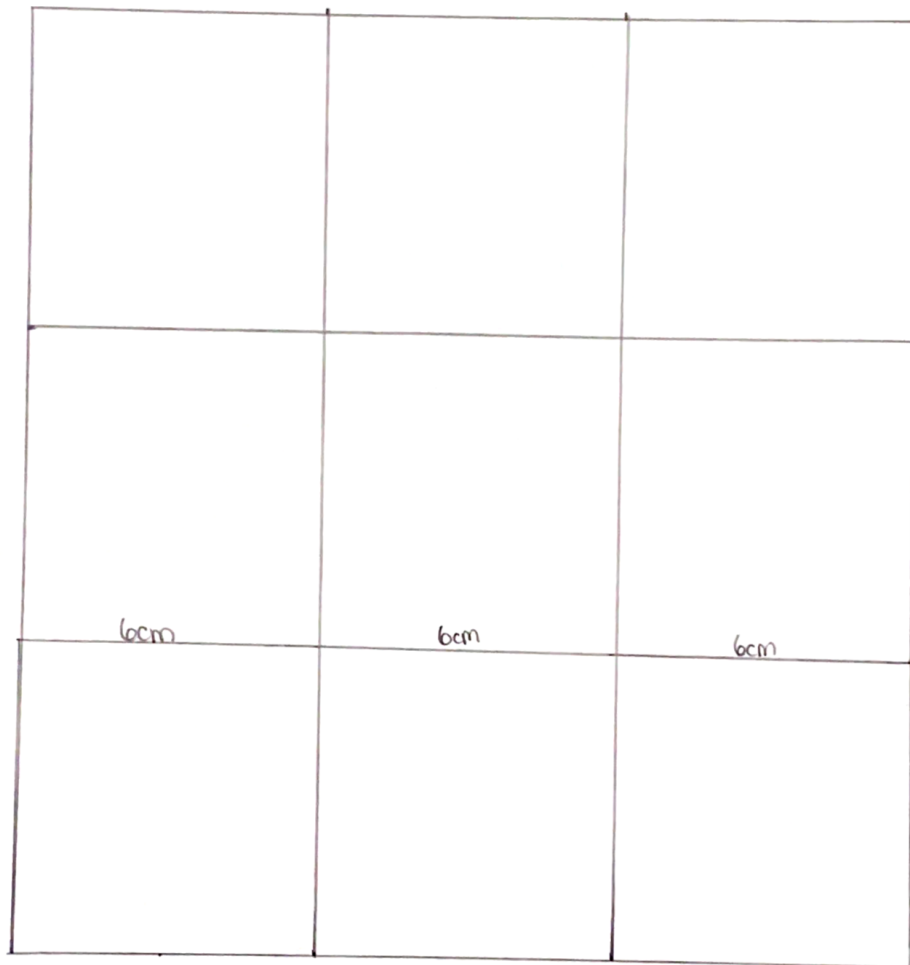


Les problèmes ont été adaptés des ressources proposées par le [Centre d'éducation en mathématiques et en informatique](#) de l'Université de Waterloo.



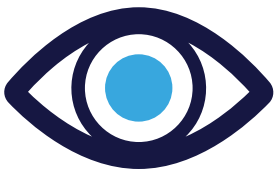
Une question de perception

Une question de perception.

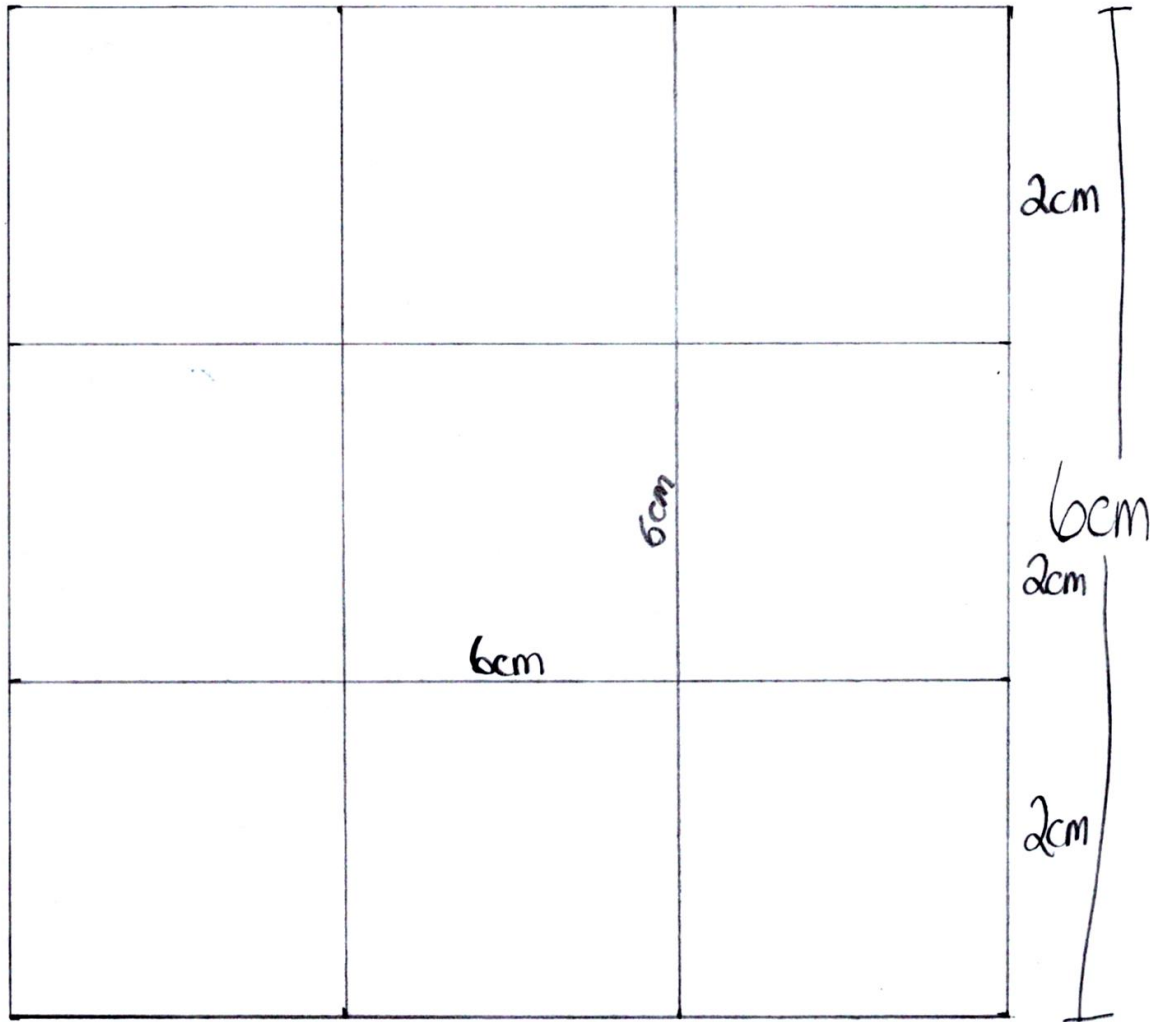


Le carré central a 6cm de côté.
Les petits carrés ont le $\frac{1}{3}$ de la longueur du carré.
Les côtés du grand carré mesurent $6 \times 3 = 18\text{cm}$.
L'aire du grand carré est de $18 \times 18 = 324\text{cm}^2$.

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 180 \\ \hline 324 \end{array} \text{cm}^2$$



Une question de perception



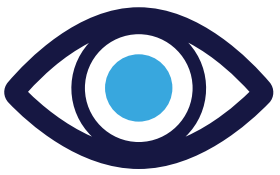
$$\frac{1}{3} \text{ de } 6\text{cm} = 2\text{cm}$$

Aire du carré central $6 \times 6 = 36\text{cm}^2$

Il y a 9 carrés identiques: $9 \times 36 =$

L'aire du plus grand carré est de 324cm^2 .

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 36 \\ \hline 54 \\ + 270 \\ \hline 324 \end{array} \text{cm}^2$$



Une question de perception

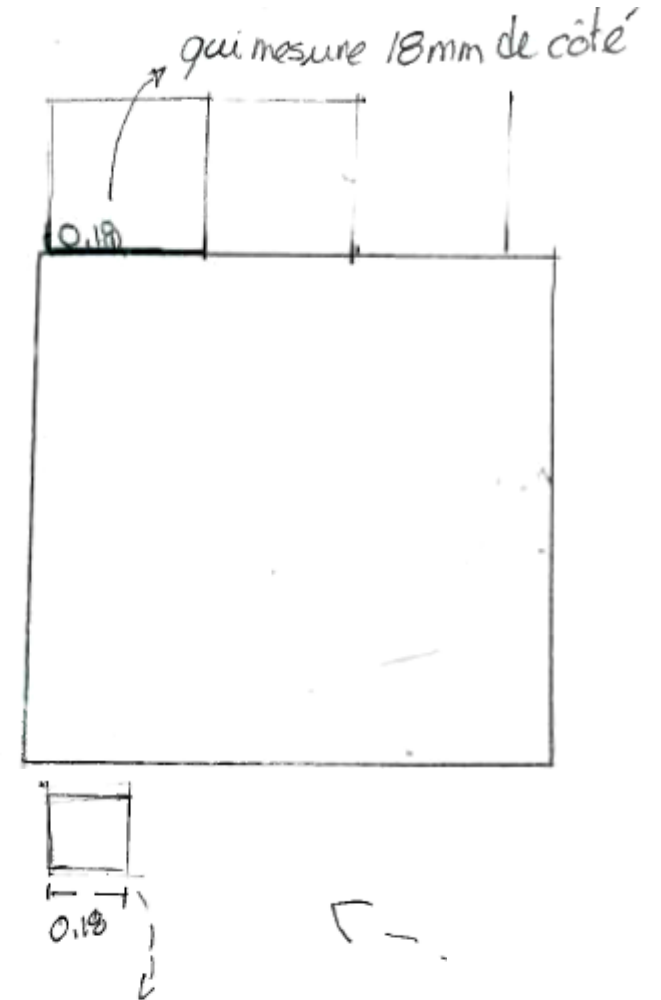
$$100 \div 3 = 33,33\bar{3}$$

$$0,3 \quad 1-4 \quad (1)$$

$$6 \div 0,3 = 20 \text{ impossible}$$

$$6 \div 33,33 = 0,18$$

(2)

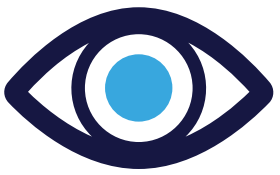


mais ces côtés
ont 0.8cm



Une question de perception

- Imran gribouillait et il a fait un dessin avec un carré au milieu, entouré d'autres carrés plus petits.
- Ensemble, le carré du milieu et tous les plus petits carrés forment un plus grand carré.
- Les petits carrés ont tous la même longueur de côté, et il n'y a pas de chevauchements entre les carrés ni de vide dans l'image.
- Les longueurs des côtés des petits carrés sont chacune de $\frac{1}{3}$ de la longueur du côté du carré du milieu.
- Si la longueur du côté du carré central est de 6 cm, quelle est l'aire du plus grand carré formé par l'ensemble du dessin ?

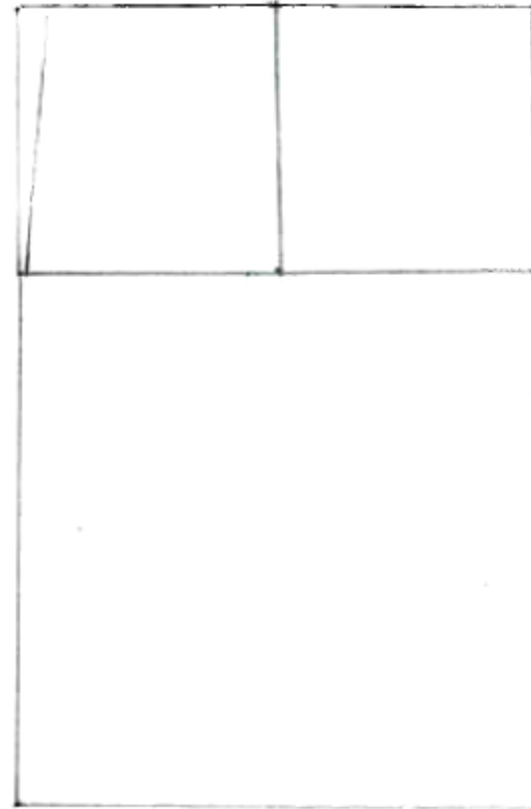


Une question de perception

$$\frac{1}{3} \text{ de } 6 = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{3} \text{ de } 6 = 2 \text{ cm}$$

> Réponse → les carres ont 2cm.
C'est ça la réponse.

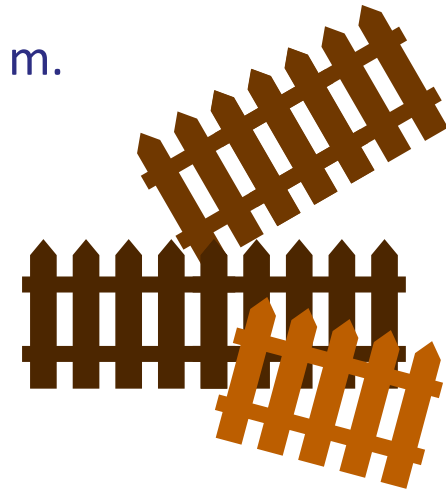


$6 \div 3 = 2 \text{ morceaux}$
et non 2cm par morceau

Un jardin dans la cour d'école

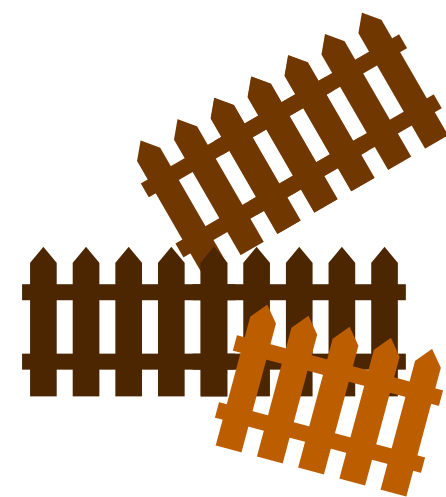


- Maeve et Azaadi veulent faire un jardin dans la cour de l'école, mais ils ne veulent pas que les autres élèves piétinent les plantes. Elles décident de demander à leurs amis de les aider à construire des clôtures pour protéger les légumes.
- Maeve a trouvé 5 m de grillage dans son cabanon.
- Azaadi a trouvé deux morceaux de clôture, l'un mesurant 300 cm, l'autre mesurant 6 m.
- Leur amie Thandi a trouvé un morceau de 8 m.
- Xander a donné un autre morceau de clôture.
- Les élèves utilisent les clôtures pour entourer leur jardin de forme carrée, dont l'aire est de 49 m^2 .
- Quelle est la longueur de la clôture offerte par Xander? Justifiez votre réponse.



Les problèmes ont été adaptés des ressources proposées par le [Centre d'éducation en mathématiques et en informatique](#) de l'Université de Waterloo.

Un jardin dans la cour d'école



Un jardin dans la cour d'école

$$\text{Maeve} + \text{Azaadi} + \text{Thandi} + \text{Xander} = 49\text{m}^2$$

$$5\text{m} + (3\text{m} + 6\text{m}) + 8\text{m} + \text{Xander} = 49$$

$$5 + 11 + 8 + \text{Xander} = 49$$

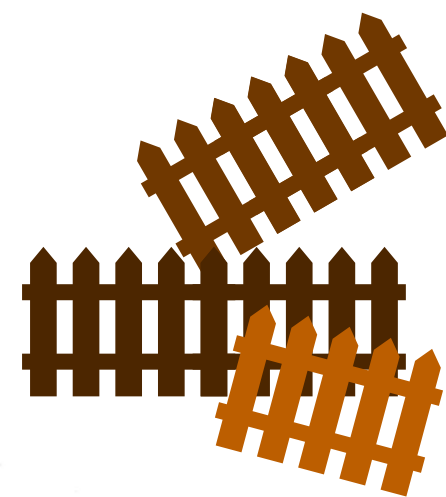
$$24 + \text{Xander} = 49$$

$$\text{Xander} = 25\text{mètres.}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ -24 \\ \hline 25 \end{array}$$

Xander a apporté 25mètres pour la clôture.

Un jardin dans la cour d'école



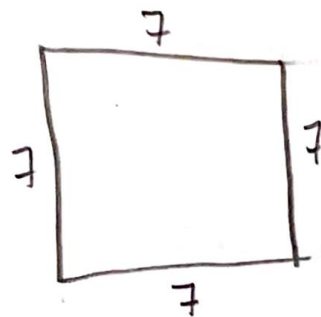
Un jardin dans la cour.

Maere : 5 mètres = 5000 cm.

Azaadi : 300 cm et 6 m = 6000 cm.

Thandi : 8 mètres = 8000 cm

Le jardin est carré et l'aire est 49m^2 .



$$7 \times 7 = 49$$

$$7 + 7 + 7 + 7 = 28\text{m}$$

$$28\text{m} = 28000\text{ cm.}$$

$$\begin{array}{r} \text{Total de clôture : } 5000 \\ + 6000 \\ + 300 \\ + 8000 \\ \hline 19300\text{ cm.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Combien il manque } 28000 \\ - 19300 \\ \hline 08700\text{ cm.} \end{array}$$

Xander a apporté 8700 cm de clôture.

Un jardin dans la cour d'école

Un jardin dans la cour d'école.

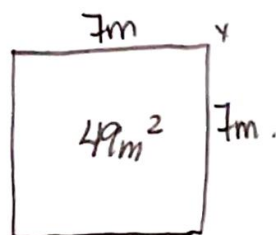
M: 5m

A: 2x 300cm et 2x 6m.

T: 1x 8m = 8m.

X: ?

Jardin



carré

$$1 \times 1 = 1m^2$$

$$2 \times 2 = 4m^2$$

$$3 \times 3 = 9m^2$$

$$4 \times 4 = 16m^2$$

$$5 \times 5 = 25m^2$$

$$6 \times 6 = 36m^2$$

$$7 \times 7 = 49m^2$$

Longueur de la clôture = $7+7+7+7=28m$.

Longueur totale

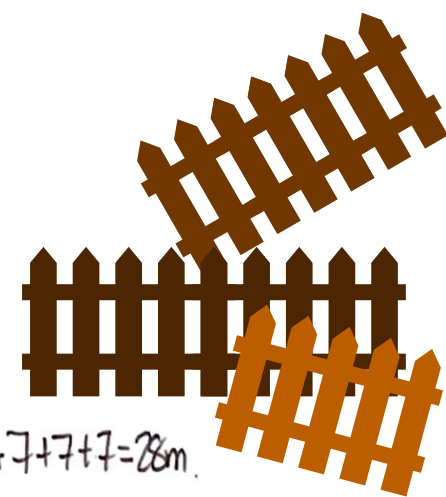
$$5m + 2 \times 300cm + 2 \times 6m + 8m =$$

$$5 + 2 \times 3m + 12m + 8m =$$

$$5 + 6 + 12 + 8 = 29m.$$

longueur manquante $29 - 28 = 1mètre$.

Xander a donné une clôture de 1mètre.



Retour sur l'analyse des problèmes

Le garçon qui comptait sans 8

Ce problème a été adapté à partir des ressources proposées par :
[The Centre for Education in Mathematics and Computing, University of Waterloo](#)

- Il était une fois un enfant dont les parents ne lui avaient jamais appris le chiffre 8.
- Il grandit et devint une personne merveilleuse, mais il comptait toujours 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10 et ainsi de suite, en sautant tous les nombres comprenant un 8.
- Un jour, on lui a confié la tâche de numéroté les pages d'un livre.
- Sur la dernière page du livre, il est écrit le nombre 320.
- Sachant ce que vous savez sur cet enfant, combien de pages y a-t-il réellement dans ce livre ?



Une question de perception

Ce problème a été adapté à partir des ressources proposées par :
[The Centre for Education in Mathematics and Computing, University of Waterloo](#)

- Imran gribouillait et il a fait un dessin avec un carré au milieu, entouré d'autres carrés plus petits.
- Ensemble, le carré du milieu et tous les plus petits carrés forment un plus grand carré.
- Les petits carrés ont tous la même longueur de côté, et il n'y a pas de chevauchements entre les carrés ni de vide dans l'image.
- Les longueurs des côtés des petits carrés sont chacune de $\frac{1}{3}$ de la longueur du côté du carré du milieu.
- Si la longueur du côté du carré central est de 6 cm, quelle est l'aire du plus grand carré formé par l'ensemble du dessin ?



Un jardin dans la cour d'école

Ce problème a été adapté à partir des ressources proposées par :
[The Centre for Education in Mathematics and Computing, University of Waterloo](#)

- Maeve et Azaadi veulent faire un jardin dans la cour de l'école, mais ils ne veulent pas que les autres élèves piétinent les plantes. Elles décident de demander à leurs amis de leur aider à construire des clôtures pour protéger les légumes.
- Maeve a trouvé 5 mètres de grillage dans sa cabane.
- Azaadi a trouvé deux morceaux de clôture, l'un mesurant 300 centimètres, l'autre mesurant 6 mètres.
- Leur amie Thandi a trouvé un morceau de clôture.
- Xander a donné un autre morceau de clôture.
- Les élèves utilisent les clôtures pour entourer leur jardin de forme carrée dont l'aire est de 49 m^2 .
- Quel est la longueur de la clôture offerte par Xander ? Justifiez votre réponse.



- Mise en commun des pistes d'action permettant de transformer l'erreur en levier pour l'apprentissage

Les problèmes ont été adaptés des ressources proposées par le [Centre d'éducation en mathématiques et en informatique](#) de l'Université de Waterloo.



Bref, transformer l'erreur en source de motivation et d'engagement permet...

à la communauté d'apprenants de progresser dans sa compréhension conceptuelle.



L'erreur témoigne du niveau de compréhension actuel de l'élève et des obstacles qu'il rencontre dans son apprentissage de la mathématique.

à l'enseignant de planifier ses interventions pour mieux soutenir les apprentissages.



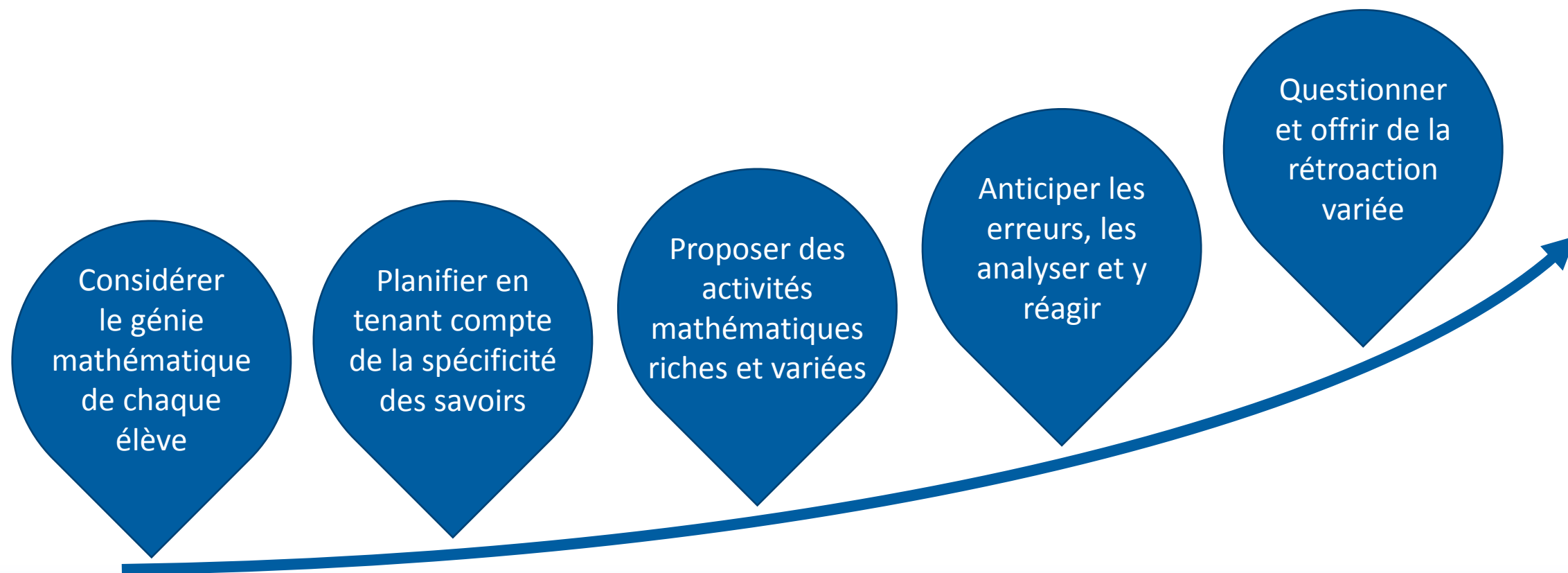
L'erreur devient donc une alliée puisqu'elle permet d'avoir accès au raisonnement de l'élève et est alors considérée comme positive.



3

Quels principes d'enseignement
permettent d'exploiter l'erreur pour assurer
le développement des compétences?

Des principes d'enseignement pour exploiter l'erreur



Considérer le génie mathématique de chaque élève

Prendre conscience des forces et des défis
de chaque élève.



Anticiper les erreurs dont la cause
est propre au bagage de l'élève.

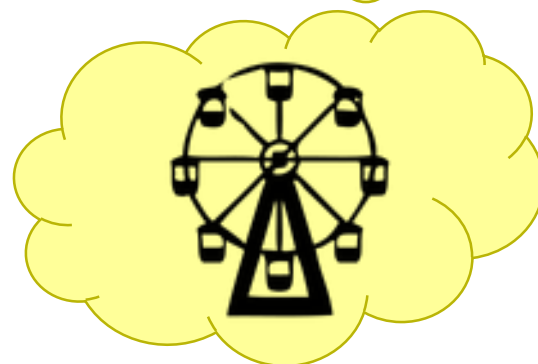
Accepter que chaque élève déploie
un raisonnement qui lui est propre.

Accompagner l'élève dans l'exploration de son
raisonnement par un questionnement ouvert.

Considérer le génie mathématique de chaque élève

Anticiper les erreurs dont la cause est propre au bagage de l'élève.

LE CIRQUE





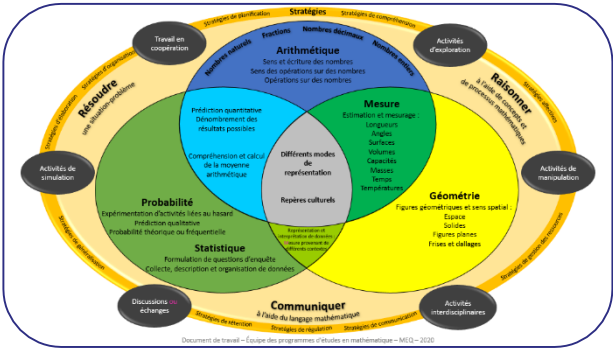
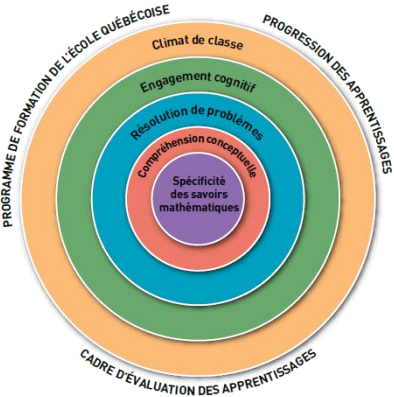
« Peut-être qu'en voulant protéger la façon de symboliser,
soit la forme et la façon d'écrire les mathématiques, nous
avons mis de côté une dimension essentielle des
mathématiques elles-mêmes : le contenu! »

- Jérôme Proulx, *Toutes ces réponses sont bonnes*, p. 28

Planifier en tenant compte de la spécificité des savoirs mathématiques*

Miser sur la compréhension conceptuelle plutôt que sur les algorithmes de calcul ou sur les trucs.

Utiliser les conceptions des élèves comme point de départ pour faire évoluer leur compréhension conceptuelle.



Analyser plusieurs erreurs, surtout au début des apprentissages.

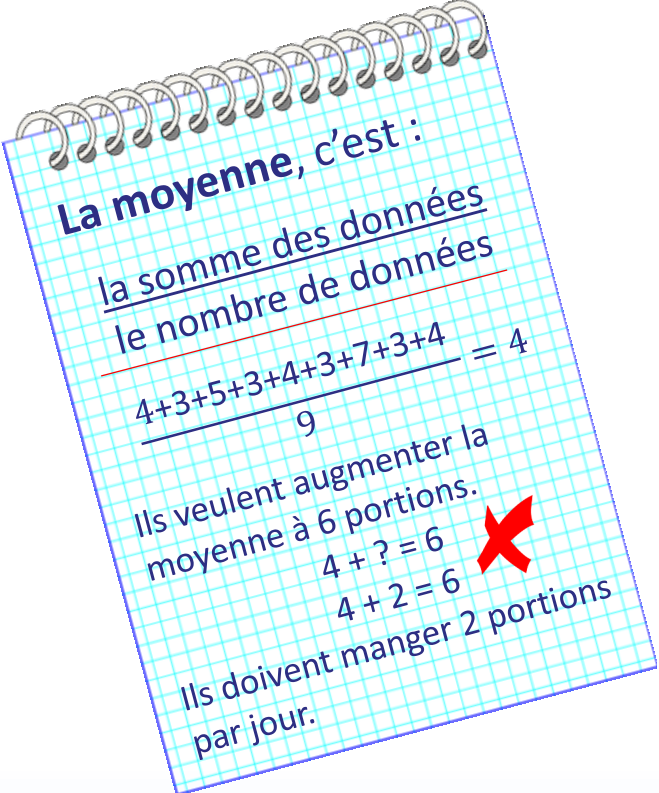
Considérer la continuité des savoirs dans le développement de la compréhension conceptuelle.

* La connaissance et la compréhension des manifestations des concepts (spécificité des savoirs mathématiques) par l'enseignant représentent un préalable nécessaire à l'enseignement (Morin, 2003; National Mathematics Advisory Panel, 2008).



Planifier en tenant compte de la spécificité des savoirs mathématiques

Miser sur la compréhension conceptuelle plutôt que sur les algorithmes de calcul ou sur les trucs.



La classe de madame Morgan discute des choix alimentaires sains. L'enseignante demande à ses neuf élèves d'écrire combien de portions de fruits ou de légumes ils consomment chaque jour.

Le tableau ci-contre montre le nombre de portions de fruits ou de légumes consommé par chacun des élèves.

La semaine prochaine, trois nouveaux élèves arriveront dans la classe de madame Morgan. Combien de portions de fruits ou de légumes devront-ils consommer chaque jour pour que la nouvelle moyenne du groupe soit de six portions de fruits ou de légumes consommés chaque jour?

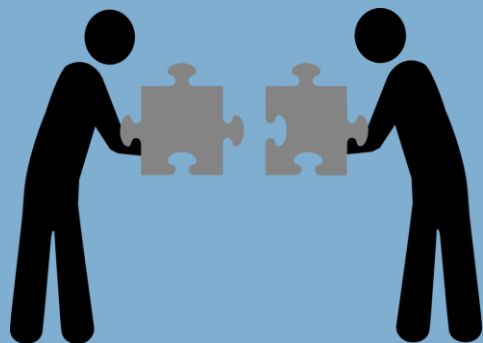
Nom de l'élève	Nombre de portions
Vlad	4
Tessa	3
Shaheed	5
Maja	3
Mike	4
Braydon	3
Priya	7
Juan	3
Layla	4

Ce problème a été adapté des ressources proposées par le [Centre d'éducation en mathématiques et en informatique](#) de l'Université de Waterloo.



Proposer des activités mathématiques riches et variées

Proposer des problèmes qui provoquent des erreurs.



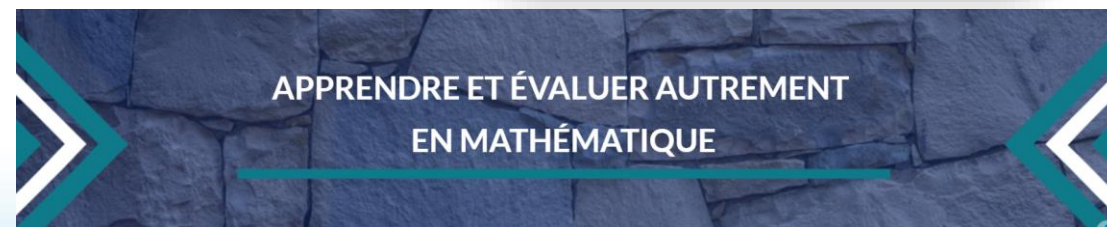
Réaliser des séances d'analyse d'erreurs d'élèves pour développer la compréhension conceptuelle.

Favoriser les interactions sociales pour permettre la confrontation d'idées.

Guider les élèves dans le modelage des situations qui leur sont proposées.

Proposer des activités mathématiques riches et variées

Proposer des problèmes qui provoquent des erreurs.



Programmation
et
robotique

Math en
3 temps

Problème
en images

Menu
Math

Causerie
mathématique



Open
Middle

Tâche
créative



Anticiper les erreurs, les analyser et y réagir

Questionner les élèves pour faire émerger des conflits cognitifs.



Développer des stratégies cognitives et métacognitives qui permettent aux élèves de surmonter leurs défis.

Laisser les élèves prendre conscience des limites de leurs raisonnements.

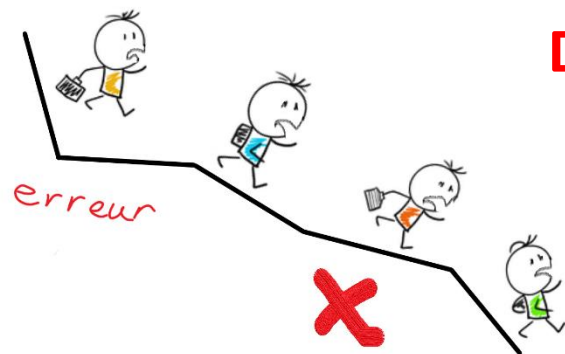
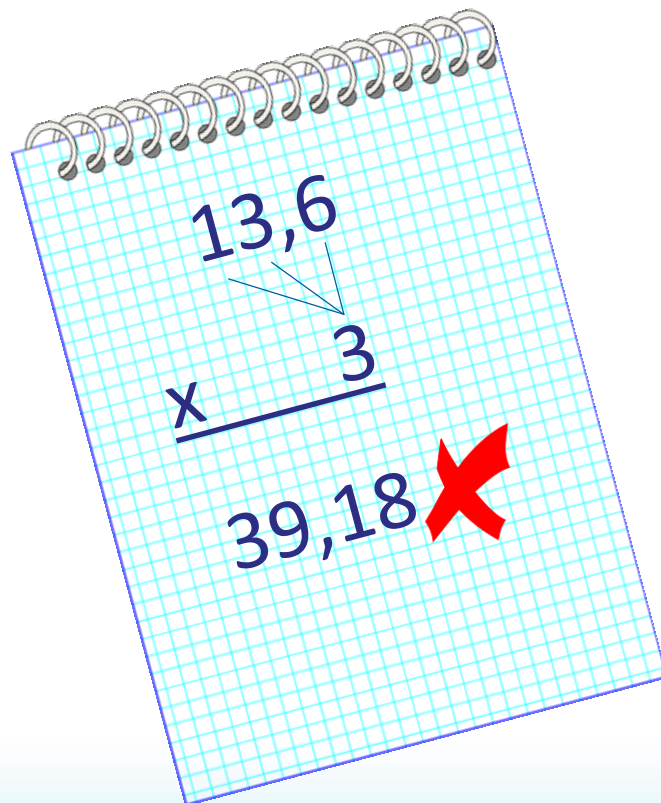
Analyser les erreurs des élèves pour les comprendre et ajuster les interventions.

Anticiper les erreurs, les analyser et y réagir

Questionner les élèves pour faire émerger des conflits cognitifs.

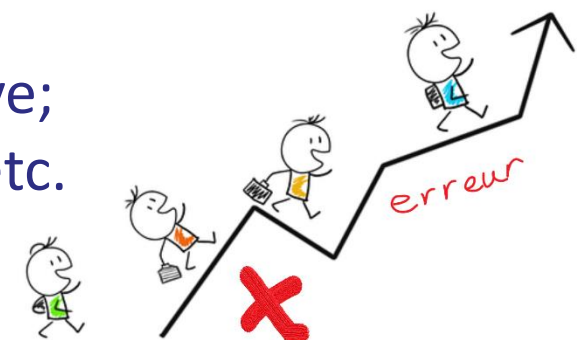
Des pistes d'action pertinentes :

- le questionnement de l'enseignant;
- la verbalisation de sa démarche par l'élève;
- le recours au matériel de manipulation, etc.



Des pistes d'action à éviter :

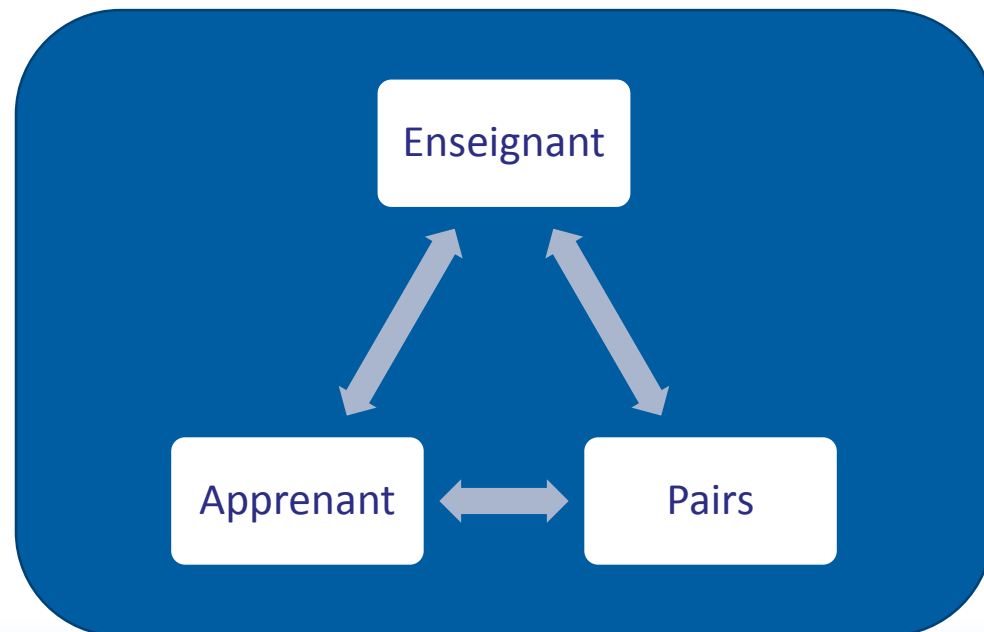
- indiquer simplement l'erreur à l'élève;
- exiger de l'élève qu'il recommence, etc.



Questionner et offrir de la rétroaction variée

Considérer le statut positif de l'erreur dans le processus d'apprentissage.

Aider l'élève à développer des outils lui permettant de s'interroger lui-même.



Reconnaître que les erreurs commises par les élèves permettent à l'enseignant d'ajuster son enseignement.

Encourager les élèves à recevoir de la rétroaction de leurs pairs et de l'enseignant.



Questionner et offrir de la rétroaction variée

Reconnaître que les erreurs commises par les élèves permettent à l'enseignant d'ajuster son enseignement.



Le garçon qui comptait sans 8

8 18 28 38 48 58 68 78 88 98 108 118 128 138
148 158 168 178 188 198 208 218 228 238 248 258
268 278 288 298 308 318 = 32 nombres avec un 8

$$\begin{array}{r} 318 \\ - 8 \\ \hline 288 \end{array}$$
 il y a 288 pages dans le livre



Les boules de gomme

Les boules de gomme.
300-350 grammes.

$$\begin{array}{r} 160 \\ +20 \\ +40 \\ +20 \\ +10 \\ +5 \\ \hline 255 \end{array}$$

35 boules

$$\begin{array}{r} 8 \\ +10 \\ +15 \\ +20 \\ +25 \\ \hline 78 \end{array}$$

75

$$\begin{array}{r} 35 \\ +40 \\ +45 \\ +50 \\ +55 \\ \hline 225 \end{array}$$

155

160

315

Les amis de Robbie ont reçu des gommes.



Un jardin dans la cour d'école

Un jardin dans la cour d'école.

M: 5m
A: 2x 300cm et 2x 6m
T: 1x 8m² 8m.
X: ?

Jardin

$$\begin{array}{c} 7m \\ \hline 49m^2 \\ \hline 7m \end{array}$$

Longueur de la clôture = 7+7+7+7 = 28m

Longueur totale
5m + 2x300cm + 2x6m + 8m =
5 + 2x3m + 12m + 8m =
5 + 6 + 12 + 8 = 29m.

Longueur manquante 29-28 = 1mètre.
Ranger autour une clôture de 1mètre.



Une question de perception

$$\frac{1}{3} \text{ de } 6cm = 2cm$$

Aire du carré central 6x6 = 36cm²

Il y a 9 carrés identiques. 9x36 =

L'aire du plus grand carré est de 324cm²

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 36 \\ \hline 54 \\ + 324 \\ \hline 324 \end{array}$$

Des pistes de rétroaction pertinentes :

- Encourager la vaillance des élèves, leur persévérance, plutôt que leur intelligence ou la bonne réponse;
- Poser des questions de compréhension à tout moment;
- Permettre aux élèves de se questionner eux-mêmes et entre eux et de questionner l'enseignant;
- Saisir les occasions d'apprentissage qu'apportent les questions des élèves.



« Je ne perds jamais.
Soit je gagne,
soit j'apprends. »

- Nelson Mandela





Pistes réflexives

Comment allez-vous provoquer les erreurs de vos élèves?

Comment allez-vous tirer profit des erreurs de vos élèves?

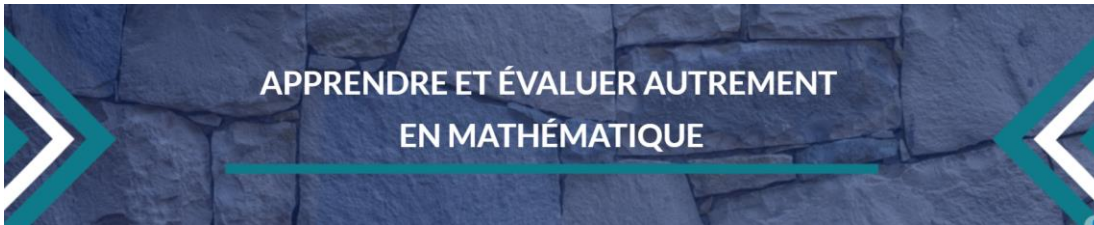


Références utiles et inspirantes pour utiliser l'erreur comme levier d'apprentissage



Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

[Centre d'éducation en mathématiques et en informatique, Université de Waterloo](#)



[Apprendre et évaluer autrement en mathématique](#)



Des questions?

Nous sommes là pour y répondre!

FGJ-Math@education.gouv.qc.ca

Bibliographie

- Artigue, M. (2009). *Le rôle de l'erreur*. Tangente éducation.
- Astolfi, J.-P. (2021). *L'erreur, un outil pour enseigner* (10^e éd.). ESF éditeur.
- Bednarz, N. (1987). Trouver l'obstacle derrière l'erreur : une autre façon d'enseigner. *Prospectives* (121), 159-160.
- Centre d'éducation en mathématiques et en informatique (s. d.). *Problème de la semaine*. Université de Waterloo.
<https://www.cemc.uwaterloo.ca/resources/potw-f.php>
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.
- Cotton, K. (2000). *The schooling practices that matter most*. Association for Supervision and Curriculum Development.
- DeBlois, L. (2011). *Enseigner les mathématiques : des intentions à préciser pour planifier, guider et interpréter*. Presses de l'Université Laval.
- Ministère de l'Éducation (2007). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire, deuxième cycle*. Gouvernement du Québec.
- Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2012). *Agir autrement en mathématique pour la réussite des élèves en milieu défavorisé*. Gouvernement du Québec.
- Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur (2019). *Référentiel d'intervention en mathématique*. Gouvernement du Québec.

Bibliographie

- Morin, M.-P. (2003). *Enseigner les mathématiques au primaire : le quoi ou le comment?* Bande didactique.
- National Mathematics Advisory Panel (2008). *The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. U.S. Department of Education.
- Nottingham, J. (2007). *The Learning Pit*. Challenging Learning Ltd. <https://www.challenginglearning.com/>
- Proulx, J. (2021). *Toutes ces réponses sont bonnes : quand les élèves nous font la leçon en mathématiques*. Éditions Multimondes.
- Reuter, Y. (2013). *Panser l'erreur à l'école : de l'erreur au dysfonctionnement*. Presses universitaires du Septentrion.
- Vermette, S. (2015). L'analyse de l'erreur en mathématiques [webinaire]. TA@l'école. <https://www.taalecole.ca/webinaire-gratuit-lerreur-en-mathematiques/>
- Vermette, S. et Martin, V. (2017). Analyse de situations proposées par de futurs enseignants pour enseigner la division de fractions. *Revue de mathématiques pour l'école* (228), 28-35. <http://www.revue-mathematiques.ch/files/1015/0666/8889/RMe228-Vermette.pdf>
- Zakhartchouk J.-M. (2019). *Enseigner avec les erreurs des élèves*. ESF Sciences humaines.