L'erreur en mathématique au secondaire : un levier pour l'apprentissage

Équipe des programmes d'études de mathématique

Direction de la formation générale des jeunes

Ministère de l'Éducation

3 mai 2022

Votre gouvernement

Québec

Qui sommes-nous?

L’équipe des programmes d’études de mathématique

- **Geneviève Dupré**, responsable des programmes
  Programmes d’études de mathématique

- **Raymond Nolin**, enseignant en prêt de service
  Programme d’études de mathématique du primaire

- **Esther Veilleux**, enseignante en prêt de service
  Programmes d’études de mathématique du secondaire

Plan de la présentation

1. Comment utiliser l’erreur comme levier d’apprentissage

2. Comment réduire l’effet anxiogène de l’erreur et la transformer en source de motivation et d’engagement pour les élèves?

3. Quels principes d’enseignement permettent d’exploiter l’erreur pour assurer le développement des compétences?

Objectifs de la formation

- Démystifier le rôle de l’erreur au sein du processus d’apprentissage
- Sensibiliser les participants à l’importance de faire de l’erreur une source de motivation et d’engagement.
- Analyser des erreurs pour déterminer des principes d’enseignement en mathématique

Qu'est-ce qu'une erreur?

Comment réagissons-nous à nos propres erreurs?

Comment réagissons-nous
lorsque nos erreurs sont relevées?

« […] l’enseignant laisse une place à l’erreur,
qu’il exploite de façon constructive,
c’est-à-dire qu’il apprend aux élèves
à tirer profit de leurs erreurs ou des obstacles rencontrés
pour les transformer en ressources et progresser. »

Programme de formation de l’école québécoise, mathématique, 2e cycle du secondaire, p. 13

1

Comment utiliser l’erreur comme levier d’apprentissage?

Concernant les erreurs des élèves, ce qui est important, c’est :

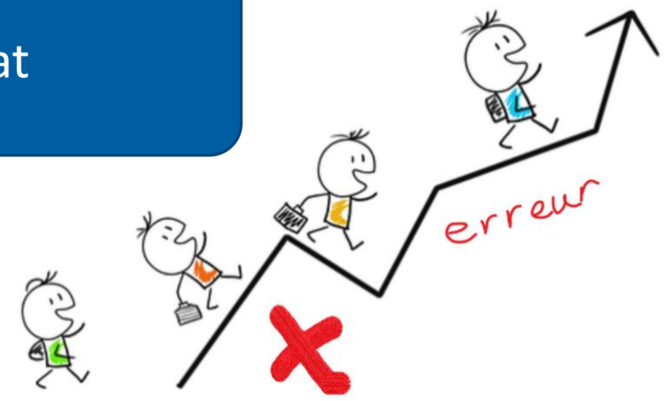
- d’essayer de restituer la cohérence qui leur est sous-jacente;
- de les comprendre et de penser en fonction de cette compréhension les moyens d’action;
- d’aider les élèves à développer des modes de contrôle diversifiés de leur travail;
- d’apprendre à évaluer le potentiel d’occasions d’apprentissage que recèlent leurs erreurs et d’essayer de les exploiter au mieux;
- de s’interroger réflexivement sur la façon de gérer leurs erreurs et les effets possibles, productifs et contre-productifs, de cette gestion.

Artigue, 2009, p. 14

Puisque le processus d’apprentissage implique :

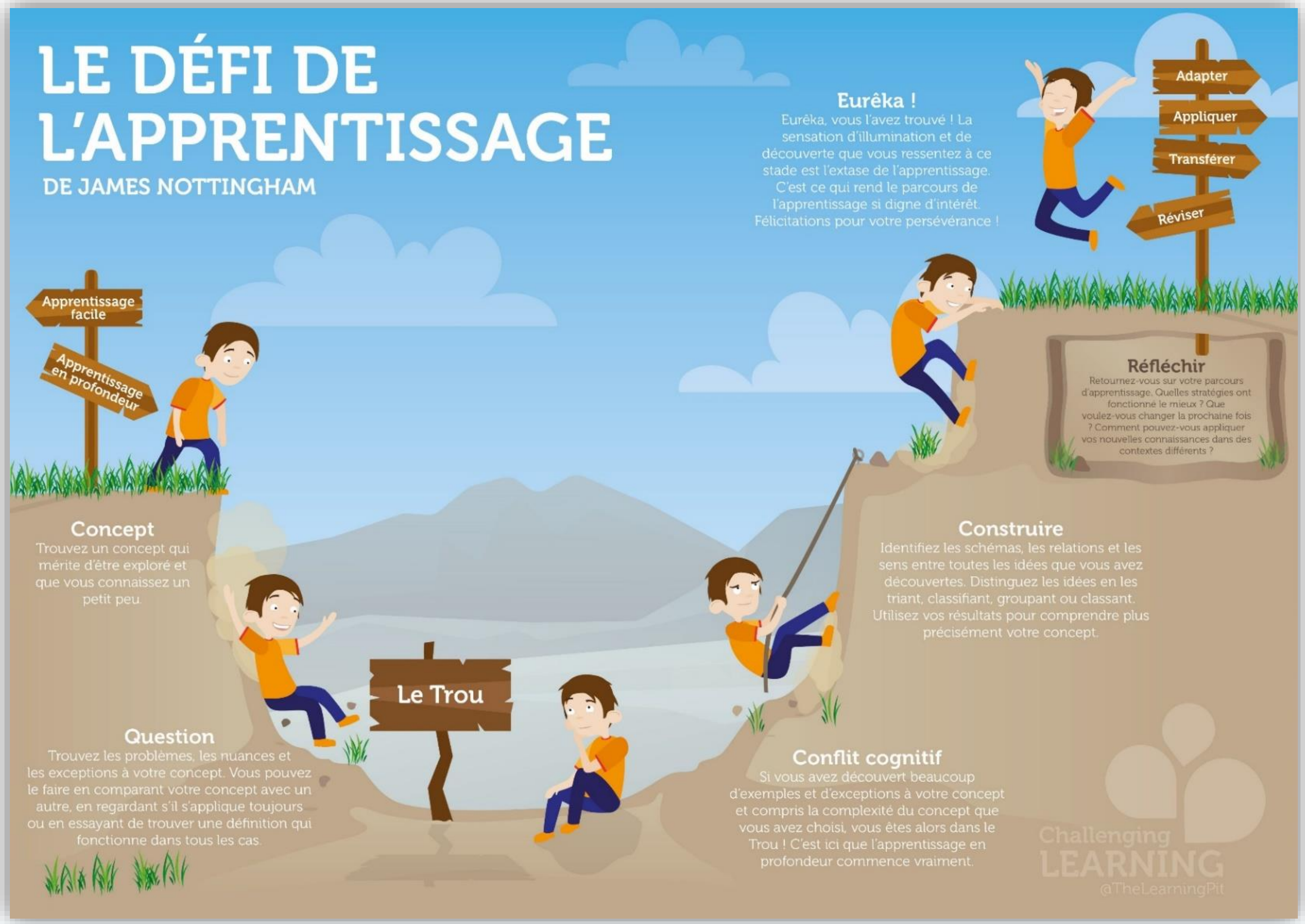
- d’accepter de ne pas savoir (démarche de recherche)
- d’intégrer l’erreur assumée
- de mener des investigations
- d’avoir un regard critique et exigeant
- de remanier ce que l’on sait
- d’entrer dans le débat

l’erreur est un levier pour l’apprentissage.



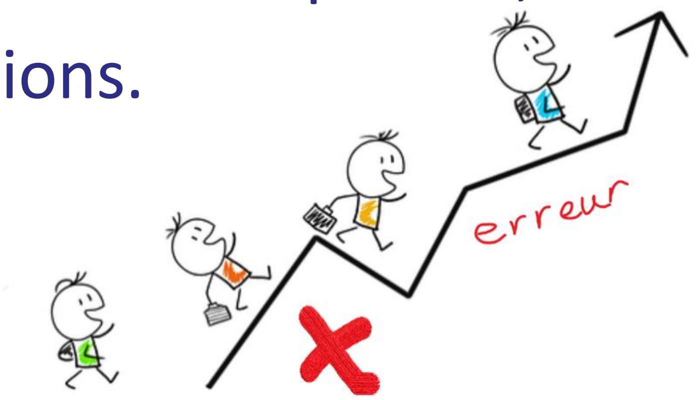
Zakhartchouk (2019)

Les étapes à franchir pour apprendre



Bref, utiliser l’erreur comme levier d’apprentissage, c’est :

- accepter sa présence, et parfois même la provoquer;
- en faire un outil qui favorise la confrontation d’idées, les échanges, la justification et bien plus;
- l’utiliser comme levier pour faire progresser l’apprentissage des élèves, pour développer une meilleure compréhension conceptuelle;
- en comprendre la source pour ajuster ses interventions.



Mise en pratique d’une analyse de problème

Parce qu’un téléviseur, ça coûte cher

Analysons le problème suivant pour anticiper
les obstacles possibles et nous préparer à intervenir.

- Quelles stratégies les élèves pourraient-ils déployer pour résoudre ce problème?
- Quelles sont les sources d’erreurs possibles?
- Quelles pistes d’action pouvons-nous envisager pour favoriser les apprentissages lors de la résolution de ce problème?

Ce problème a été adapté des exemples proposés par le didacticien Sylvain Vermette dans le webinaire *L’analyse de l’erreur en mathématiques*.

Mise en pratique d'une analyse de problème

Parce qu'un téléviseur, ça coûte cher

Version sans les choix de réponses

Kamili utilise 180,50 $ de son argent pour acheter un téléviseur. Ce montant correspond aux $\frac{2}{11}$ de la somme totale que coûtera l'appareil (taxes incluses). Ses parents paieront 65 % du montant restant. Combien d'argent de plus Kamili devra-t-il économiser pour payer sa télévision?

- Quelles stratégies les élèves pourraient-ils déployer pour résoudre ce problème?
- Quelles sont les sources d'erreurs possibles?
- Quelles pistes d'action pouvons-nous envisager pour favoriser les apprentissages lors de la résolution de ce problème?

Ce problème a été adapté des exemples proposés par le didacticien Sylvain Vermette dans le webinaire *L'analyse de l'erreur en mathématiques*.

Mise en pratique d’une analyse de problème

Parce qu’un téléviseur, ça coûte cher

Version avec les choix de réponses

Kamili utilise 180,50 $ de son argent pour acheter un téléviseur. Ce montant correspond aux $\frac{2}{11}$ de la somme totale que coûtera l’appareil (taxes incluses). Ses parents paieront 65 % du montant restant. Combien d’argent de plus Kamili devra-t-il économiser pour payer sa télévision?

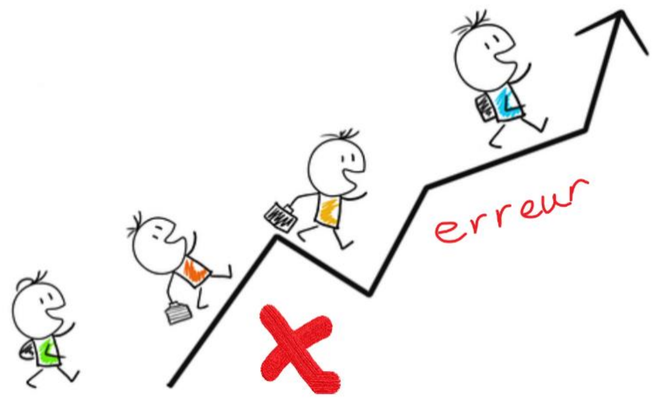
- Quelles stratégies les élèves pourraient-ils déployer pour résoudre ce problème?
- Quelles sont les sources d’erreurs possibles?
- Quelles pistes d’action pouvons-nous envisager pour favoriser les apprentissages lors de la résolution de ce problème?

a) Kamili devra économiser 51,68 $.
b) Kamili devra économiser 33,60 $.
c) Kamili devra économiser 93,53 $.
d) Kamili devra économiser 284,29 $.

Ce problème a été adapté des exemples proposés par le didacticien Sylvain Vermette dans le webinaire *L’analyse de l’erreur en mathématiques*.

L'analyse du problème permet :

- de déterminer l'intention pédagogique;
- d'anticiper les démarches, les stratégies et les obstacles;
- de prévoir :
  - des interventions pour aider les élèves à franchir ces obstacles;
  - des questions qui suscitent la réflexion des élèves;
  - des façons de relancer les élèves en panne d'inspiration;
- d'utiliser l'erreur comme levier d'apprentissage.



2

Comment réduire l'effet anxiogène de l'erreur et la transformer en source de motivation et d'engagement pour les élèves?

La perception de l'erreur : regard des élèves

Un élément qui génère souvent de l'anxiété
par rapport à la mathématique chez les élèves
est la peur de faire des erreurs,
ce qui freine plusieurs d'entre eux
dans leur investissement cognitif
à l'égard de la tâche.

Référentiel d'intervention en mathématique (2019)

La perception de l’erreur : regard de l’enseignant

Astolfi (2021) cerne certains enjeux quant à la place de l’erreur en mathématique. Il constate que l’erreur est souvent, chez l’enseignant :

- considérée comme une preuve des « ratés » d’apprentissage de l’élève;
- considérée comme une preuve de ses propres « ratés » d’enseignement;
- associée à la crainte de devoir analyser le raisonnement de l’élève, c’est-à-dire de devoir « entrer dans sa tête ».

L'importance de développer un climat de classe favorable aux apprentissages

Peu importe les approches ou les modalités organisationnelles utilisées par l'enseignant, le climat relationnel de la classe doit permettre aux élèves de prendre leur place en se sentant écoutés et respectés.
Dans ce contexte, les élèves acceptent plus facilement :

- de relever des défis cognitifs;
- de risquer de faire des erreurs;
- d'être déstabilisés par la démarche d'apprentissage.

Cotton (2000)

Quelques composantes d’un climat de classe favorable aux apprentissages

Croire au potentiel de chaque élève

Proposer des tâches signifiantes qui favorisent l’engagement de tous les élèves

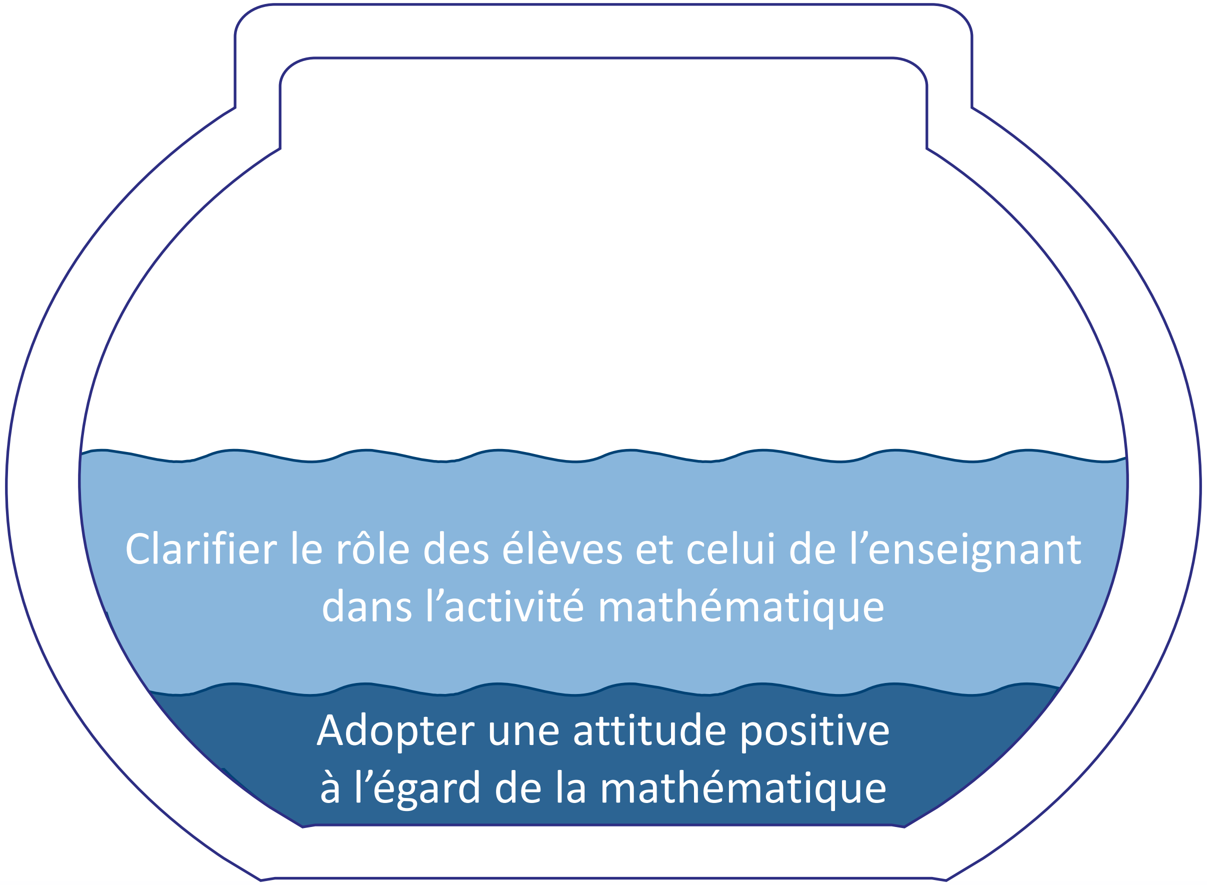
Tenir compte des repères culturels

Avoir une bonne connaissance des concepts et des processus ainsi que des liens entre eux (« spécificités des savoirs »)

Quelques composantes d’un climat de classe favorable aux apprentissages

Établir un climat
de confiance et de respect

Encourager la prise de risque



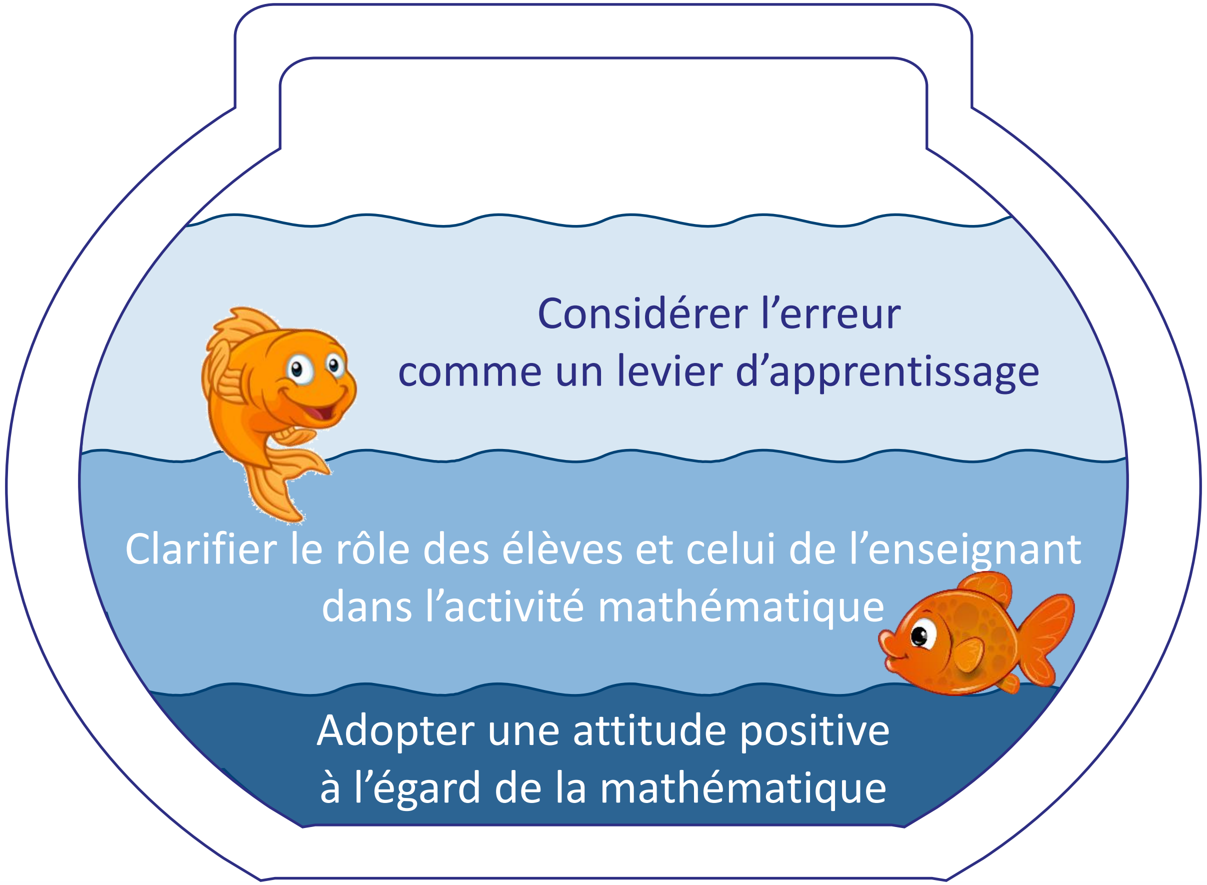
Prendre le temps
d’analyser les croyances
des élèves

Exprimer des attentes
qui sont compatibles avec
l’activité mathématique

Quelques composantes d’un climat de classe favorable aux apprentissages

Reconnaître le droit à l’erreur

Encourager les élèves qui font des erreurs bénéfiques pour l’apprentissage



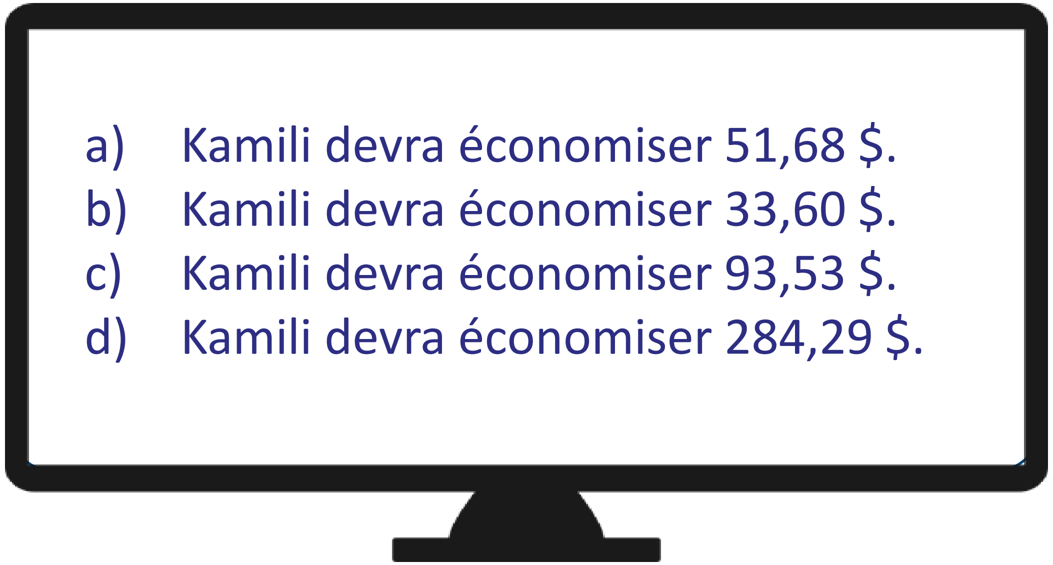
Mettre en valeur la façon dont les erreurs permettent d’améliorer l’apprentissage

Favoriser les discussions à propos des erreurs pour en faire bénéficier l’ensemble des élèves

Retour sur la première analyse du problème

Parce qu’un téléviseur, ça coûte cher

Kamili utilise 180,50 $ de son argent pour acheter un téléviseur. Ce montant correspond aux $\frac{2}{11}$ de la somme totale que coûtera l’appareil (taxes incluses). Ses parents paieront 65 % du montant restant. Combien d’argent de plus Kamili devra-t-il économiser pour payer sa télévision?



- Quelles stratégies les élèves pourraient-ils déployer pour résoudre ce problème?
- Quelles sont les sources d’erreurs possibles?
- Quelles pistes d’action pouvons-nous envisager pour favoriser les apprentissages lors de la résolution de ce problème?

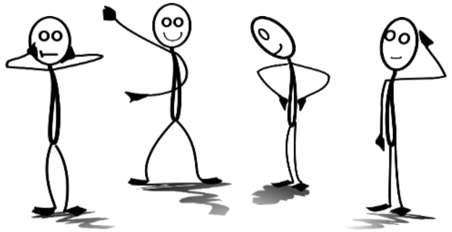
Ce problème a été adapté des exemples proposés par le didacticien Sylvain Vermette dans le webinaire *L’analyse de l’erreur en mathématiques*.

Retour sur la première analyse du problème

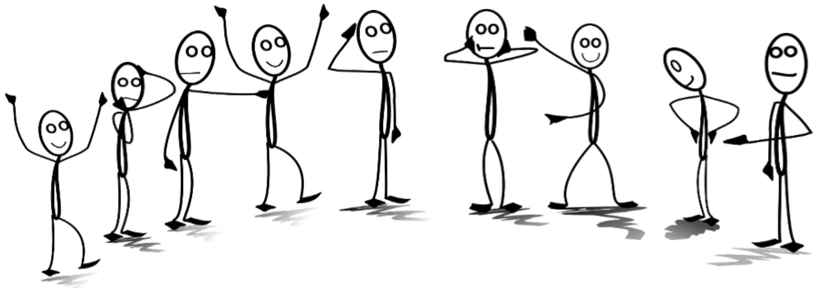
Parce qu’un téléviseur, ça coûte cher

Cliquer ici pour revoir le problème et les questions posées pour l’analyse de ce dernier

- En petites équipes, faire une synthèse des obstacles identifiés.



- En grand groupe, mettre en commun l’effet de la collaboration sur l’analyse de l’erreur.



Cliquer ici pour visualiser le tableau qui met en commun les réponses des participants aux trois questions posées

Retour sur la première analyse du problème

Parce qu'un téléviseur, ça coûte cher

Kamili utilise 180,50 $ de son argent pour acheter un téléviseur. Ce montant correspond aux $\frac{2}{11}$ de la somme totale que coûtera l'appareil (taxes incluses). Ses parents paieront 65 % du montant restant. Combien d'argent de plus Kamili devra-t-il économiser pour payer sa télévision?

a) Kamili devra économiser 51,68 $.
b) Kamili devra économiser 33,60 $.
c) Kamili devra économiser 93,53 $.
d) Kamili devra économiser 284,29 $.

Ce problème a été adapté des exemples proposés par le didacticien Sylvain Vermette dans le webinaire *L'analyse de l'erreur en mathématiques*.

Retour sur la première analyse du problème

Parce qu'un téléviseur, ça coûte cher

Kamili utilise 180,50 $ de son argent pour acheter un téléviseur. Ce montant correspond aux $\frac{2}{11}$ de la somme totale que coûtera l'appareil (taxes incluses). Ses parents paieront 65 % du montant restant. Combien d'argent de plus Kamili devra-t-il économiser pour payer sa télévision?

$a)\ \ 180{,}50 \div 11 = 16{,}41\$$

$16{,}41 \times 2 = 32{,}82$

Le montant qu'ilreste à payer est de

$180{,}50 - 32{,}82 = 147{,}68\$$

65% de ce montant correspond à 96,00$

Kamili devra économiser 51,68$

Analyse possible:

L'élève ne semble pas avoir compris le sens du tout pour une fraction ou pour une fraction sous la forme de pourcentage.

Ici, 180,50$ est considéré comme le prix du téléviseur.

Les 65% du montant restant à payer deviennent le tout pour les 35% que Kamili aura à payer.

Ce problème a été adapté des exemples proposés par le didacticien Sylvain Vermette dans le webinaire *L'analyse de l'erreur en mathématiques*.

Retour sur la première analyse du problème

Parce qu'un téléviseur, ça coûte cher

Kamili utilise 180,50 $ de son argent pour acheter un téléviseur. Ce montant correspond aux $\frac{2}{11}$ de la somme totale que coûtera l'appareil (taxes incluses). Ses parents paieront 65 % du montant restant. Combien d'argent de plus Kamili devra-t-il économiser pour payer sa télévision?

b) $180{,}50 \div 11 = 16{,}41\$$

$16{,}41 \times 2 = 32{,}82$

à $payer$: $180{,}50 - 32{,}82 = 147{,}68\$$

65% de ce montant = 96,00$

$100\% - 65\% = 35\%$ → de 96, 00$ = 33,60$

Kamili devra payer 33,60$

Analyse possible:

L'élève, ici, ne semble pas avoir compris le sens du tout pour une fraction. Il a démontré une meilleure compréhension du tout avec les 65% payés par les parents.

Ici, le 180,50$ est considéré comme le coût total du téléviseur.

Hypothèse permettant de comprendre pourquoi l'élève comprend de cette façon.

« $\frac{2}{11}$ du montant total » est compris par l'élève comme $\frac{2}{11}$ du montant retiré », puisque qu'il a souvent travaillé $\frac{2}{3}$ de ___ où « de » est pris comme une multiplication.

Retour sur la première analyse du problème

Parce qu’un téléviseur, ça coûte cher

Kamili utilise 180,50 $ de son argent pour acheter un téléviseur. Ce montant correspond aux $\frac{2}{11}$ de la somme totale que coûtera l’appareil (taxes incluses). Ses parents paieront 65 % du montant restant. Combien d’argent de plus Kamili devra-t-il économiser pour payer sa télévision?

c) $\frac{2}{11}\ de\ 180{,}50 = 32{,}82\$$

$11 \times 32{,}82\$ = 361\$$ → montant total

$65\%\ de\ 361 = 234{,}65\$$

$361 - 234{,}65 - 32{,}82 = 93{,}53\$$

Kamili doit économiser encore 93,53$ pour payer son téléviseur

Analyse possible:

L’élève considère que 180,50 était le « tout » du $\frac{2}{11}$, pour ensuite trouver le montant total à débourser pour le téléviseur en partant du montant trouvé.

En plus, en multipliant par 11, il a utilisé $\frac{2}{11}$ du montant qu’il a trouvé comme s’il s’agissait de la fraction unitaire $\frac{1}{11}$.

*****On comprend à quel point analyser les erreurs des élèves permet de comprendre les compréhensions erronées qu’ils peuvent avoir enregistrées.**

Ce problème a été adapté des exemples proposés par le didacticien Sylvain Vermette dans le webinaire *L’analyse de l’erreur en mathématiques*.

Que retient-on de cette activité?

La construction des concepts et des processus mathématiques est marquée non seulement par des tremplins, mais aussi par des obstacles que les enseignants gagneraient à mieux connaître.

DeBlois (2011)

Différents types d’erreurs en mathématique

Différentes classifications du type d’erreur

- Il existe plusieurs façons de catégoriser l’erreur.

  → Nous en verrons quelques-unes dans les trois prochaines diapositives.

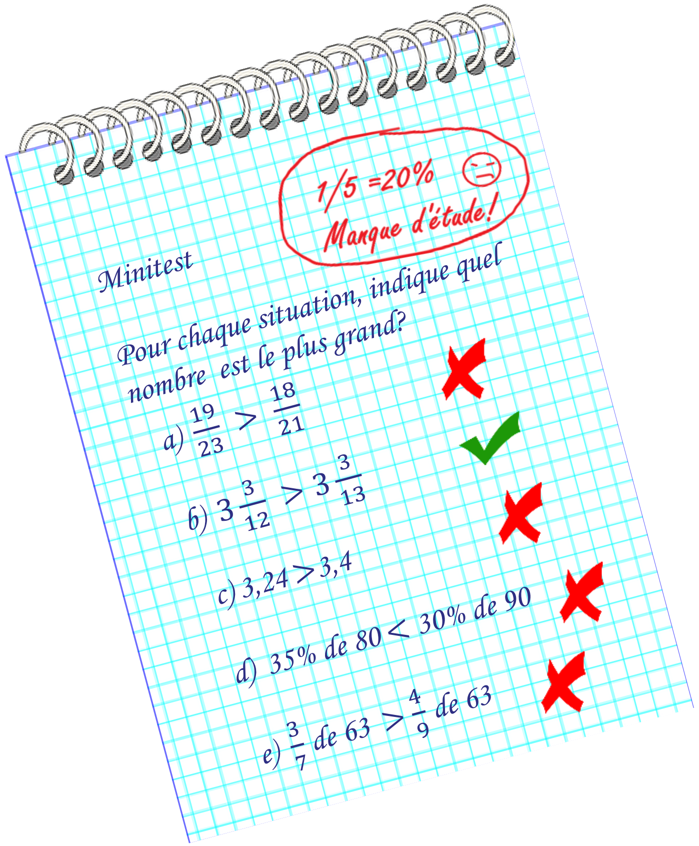
- C’est la compréhension de l’erreur, et non la précision de sa « catégorisation », qu’il importe de questionner pour que l’enseignant puisse intervenir, démontrer l’obstacle et aider l’élève à surpasser l’erreur.

Différents types d'obstacles

L'obstacle ontogénique	Provoque une erreur liée au stade de développement de l'élève par rapport à la tâche.
L'obstacle didactique	Provoque une erreur liée à l'enseignement qui a entraîné que l'élève a toujours vu le principe ou le concept de la même façon.
L'obstacle épistémologique	Provoque une erreur associée à l'apprentissage de la discipline, aux caractéristiques des concepts et des processus.

Brousseau (1998)

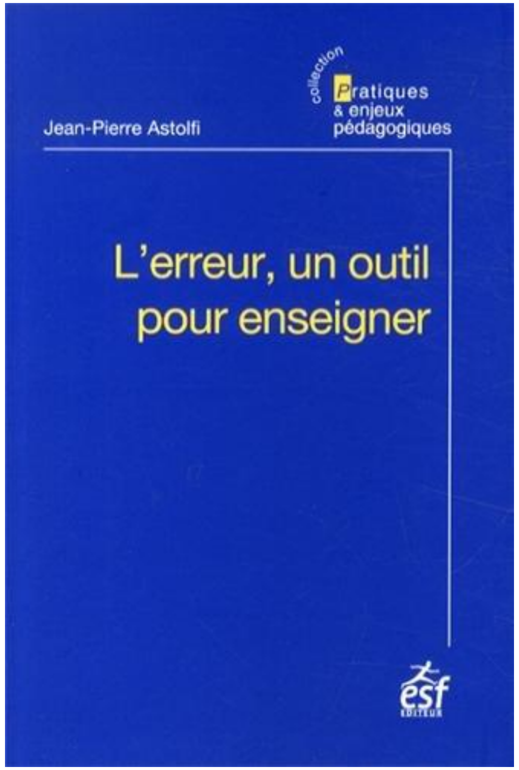
Différents types d’erreurs en mathématique



- Comment se sent un élève devant cette feuille?
- En catégorisant l’erreur en tant que mauvaise réponse sans plus, on associe le fait de faire une erreur au mal, à une faute.
- L’enseignant doit se questionner sur ce qu’il y a derrière l’erreur :
  - Une simple distraction?
  - Le résultat d’un apprentissage inadéquat?
  - Une conception sous-jacente qui fait obstacle au progrès de la connaissance?

Bednarz (1987)

Différents types d’erreurs en mathématique



Astolfi (2021)

Il existe une variété de types d’erreurs, notamment des erreurs liées :

- au traitement de la consigne;
- aux habitudes ou aux croyances de l’élève;
- à une automatisation inachevée;
- à une surcharge cognitive;
- au choix de procédure;
- au transfert de connaissances;
- aux choix didactiques et pédagogiques.

Des idées pour utiliser l’erreur comme levier d’apprentissage

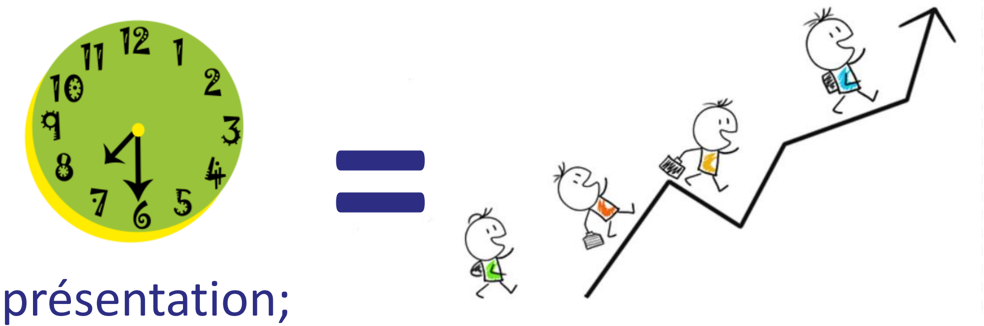
- Rester dans la zone proximale de développement.
- Garder un équilibre entre l’utilisation du langage et la complexité du problème de mathématique.
- Anticiper les erreurs, varier leur forme.
- Introduire, dès le début de l’apprentissage, des « contre-situations », des pièges.
- Faire utiliser les outils créés avec les élèves pour le rappel des règles.
- Mettre à la disposition des élèves des outils (matériel de numération, calculatrice, tables de multiplication, etc.).
- Faire des pauses lors de l’exécution des tâches pour permettre la réflexion, développer le réflexe de se donner le temps de réfléchir.
- Différer une partie de la tâche.
- Se tourner vers les collègues pour partager ses points de vue didactiques, se documenter, revoir ses gestes de différenciation.
- Organiser une confrontation de procédures, de raisonnements entre élèves.
- Proposer le plus souvent possible des situations de la vie courante, des situations concrètes.
- Discuter de l’efficacité des procédures et de leur temps de réalisation plutôt que de les remettre en cause.
- Proposer une situation similaire, en jouant sur les variables didactiques, afin de faire ressortir l’inefficacité d’une procédure.

Astolfi (2021)

Perception du temps

Prendre le temps, entre autres, de :

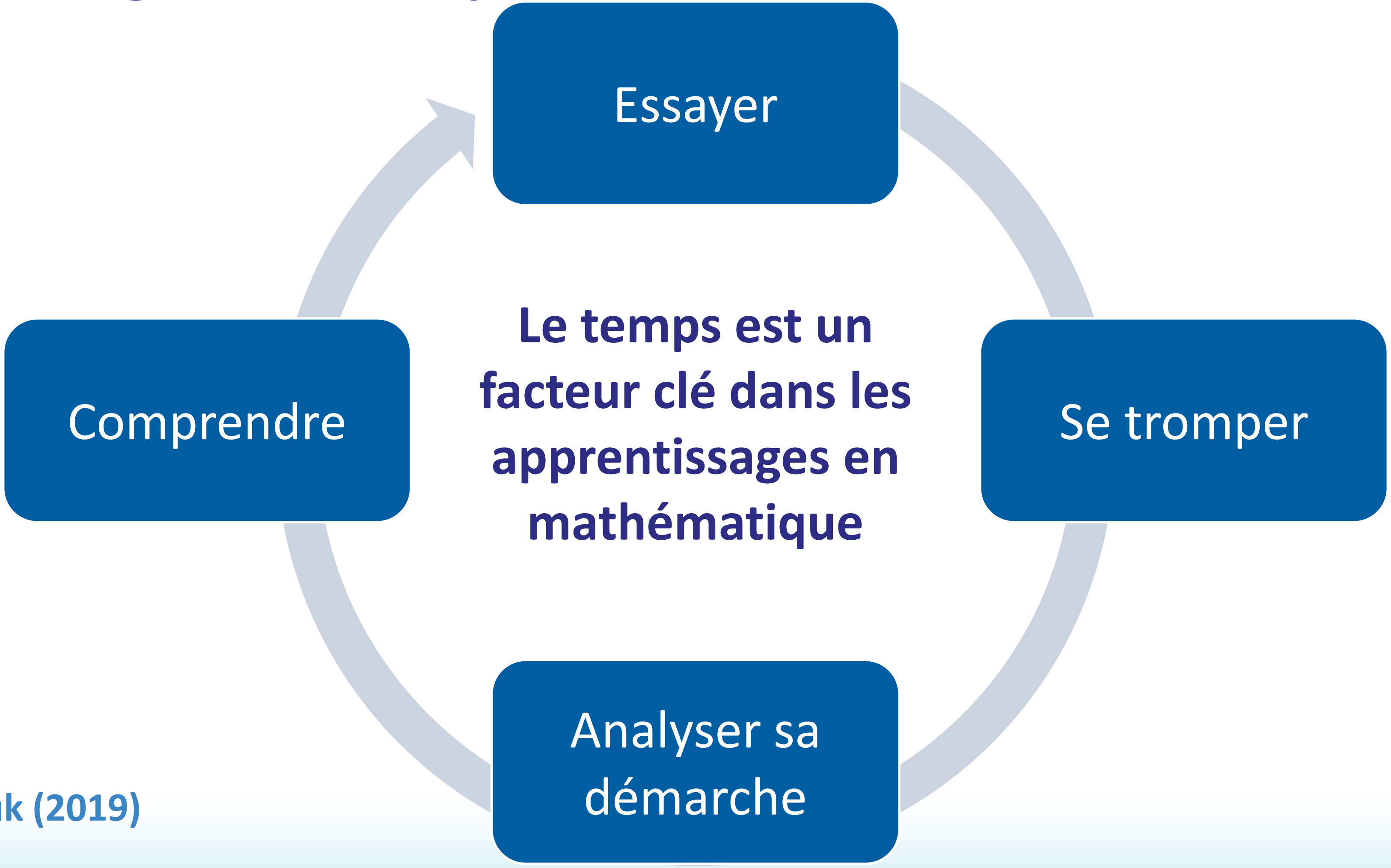
- faire une analyse des problèmes;
- étudier l’erreur;
- catégoriser l’erreur;
- laisser les élèves faire leurs découvertes;
- encourager l’utilisation d’une variété de modes de représentation;
- laisser un temps de réflexion aux élèves et s’en permettre un également.



Cela peut paraître fastidieux, long, et même inquiétant… mais est-ce réellement le cas?
Est-ce plutôt une simple perception?

Investir du temps permet de le rentabiliser et d’optimiser les apprentissages.

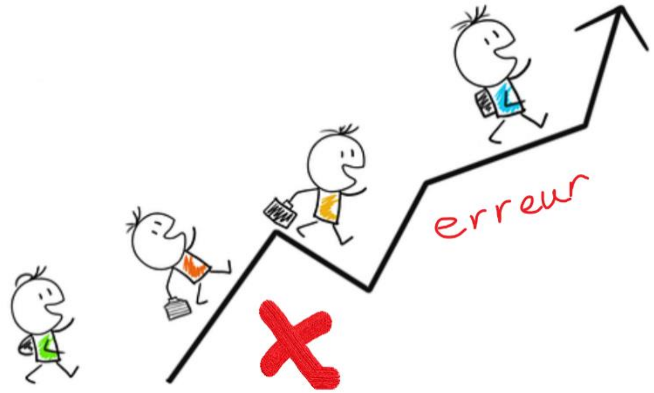
Dans un climat de classe favorable aux apprentissages, l'élève peut :



Zakhartchouk (2019)

Pourquoi reconnaître les types d’erreurs?

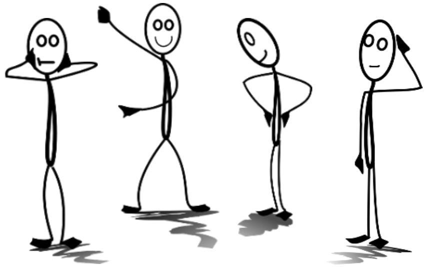
L’identification du type d’obstacle ou de la source de l’erreur permet à l’enseignant de déterminer des pistes d’action qui transforment l’erreur en levier pour l’apprentissage.



Mise en pratique d'une analyse d'erreurs

- Individuellement, faire l'analyse du problème qui est attribué à votre équipe.

- En équipe :
  - faire un retour sur votre analyse;
  - réaliser l'analyse de trois démarches d'élèves;
  - identifier des pistes d'action pour transformer l'erreur en levier d'apprentissage.



***Mise en garde:* certains problèmes vous feront peut-être vivre un conflit cognitif, tout comme nos élèves ont avantage à l'expérimenter souvent.**

Prenez le temps de remarquer votre propre réaction face à la résolution des problèmes que nous vous proposons.

La moyenne de temps de course

Zachary doit avoir obtenu un temps moyen de 23 secondes ou moins pour ses courses de 200 mètres à cinq compétitions pour être admissible aux jeux provinciaux. Quel temps maximal devra-t-il obtenir pour être sélectionné s'il a eu un temps moyen de 23,17 secondes pour les quatre premières courses?

Ce problème a été adapté des exemples proposés par le didacticien Sylvain Vermette dans le webinaire *L'analyse de l'erreur en mathématiques*.

La moyenne de temps de course

Voici trois réponses d'élèves

Élève 1:

$23{,}17 \times 4 = 92{,}68 - \underline{22{,}14} = 70{,}54 - \underline{23{,}20} = 47{,}34$

$47{,}34 - \underline{23{,}50} = \underline{23{,}84}$

Pour avoir 23 de moyenne

$$\frac{(22{,}14 + 23{,}20 + 23{,}50 + 23{,}84 + ?)^{\times 5}}{5} = 23^{\times 5}$$

$92{,}68 + ? = 115$

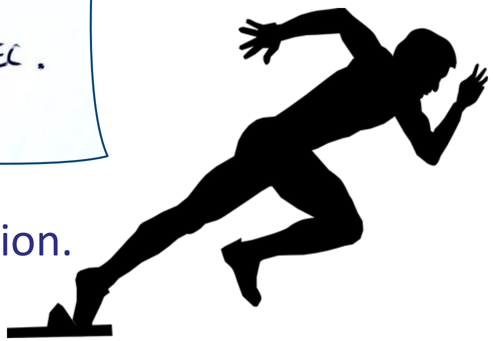
$? = 22{,}32$ sec.

Élève 2:

Impossible → nous n'avons pas le temps des 3 courses

Élève 3:

PUISQUE LA MOYENNE EST DE 23,17 SEC. ET QU'IL DOIT AVOIR 23 SEC. OU MOINS, IL DOIT AVOIR UN TEMPS MAX DE 22,83 SEC.



Cliquer ici pour accéder à la mise en commun du travail collaboratif réalisé lors de la formation.

Ce problème a été adapté des exemples proposés par le didacticien Sylvain Vermette dans le webinaire *L'analyse de l'erreur en mathématiques*.

La combinaison gagnante

Laquelle des combinaisons de Lotto MAX suivantes a le plus de chances de se produire?

a) 03 – 04 – 05 – 06 – 07 – 08– 09.
b) 05 – 12 – 14 – 34 – 41 – 45 – 50.
c) Les deux ont la même chance de se produire.

Ce problème a été adapté des exemples proposés par le didacticien Sylvain Vermette dans le webinaire *[L'analyse de l'erreur en mathématiques](#)*.

L’équité salariale

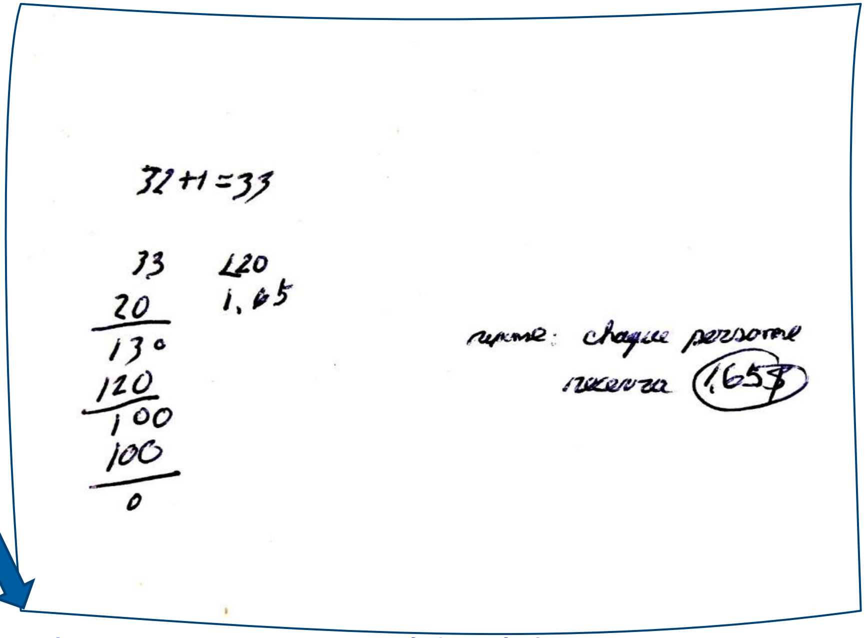
Si je partage 20 $ obtenus par financement entre les 32 élèves et l’enseignant de ma classe, combien d’argent chacun de nous recevra-t-il?

Ce problème a été adapté des exemples proposés par le didacticien Sylvain Vermette dans le webinaire [*L’analyse de l’erreur en mathématiques*].

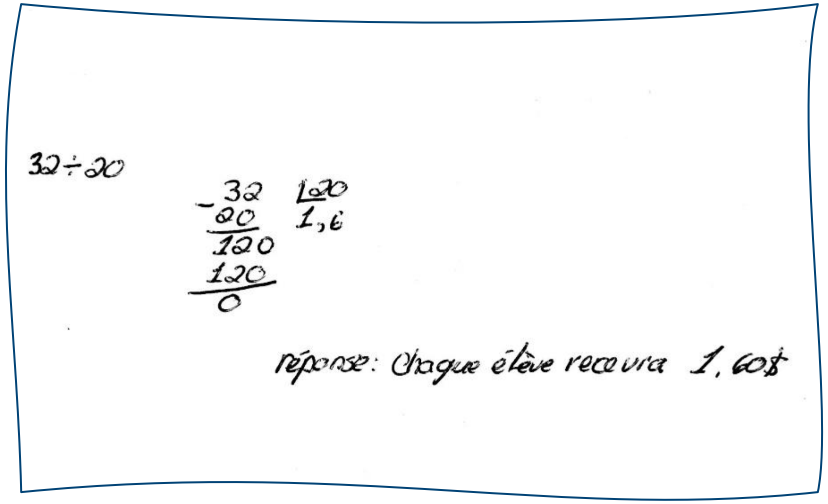
L'équité salariale

Voici trois réponses d'élèves

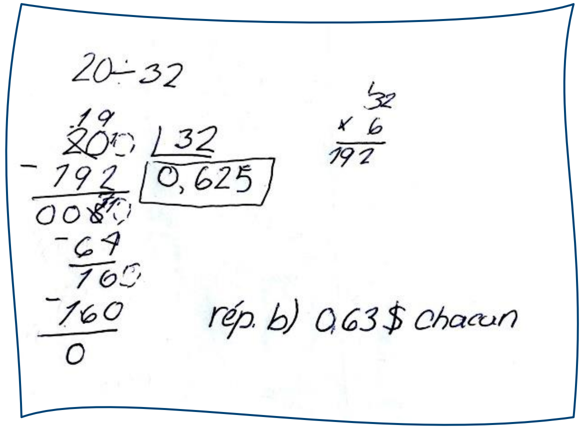
Élève 1:



Élève 2:



Élève 3:



[Cliquer ici](#) pour accéder à la mise en commun du travail collaboratif réalisé lors de la formation.

Ce problème a été adapté des exemples proposés par le didacticien Sylvain Vermette dans le webinaire ***[L'analyse de l'erreur en mathématiques](#)***.

Question de salaire

1- Dans combien d'années, si elles commencent en même temps leur carrière, Mathilde et Johana recevront-elles le même salaire si la 1re est payée $\left(12(6\,205a+7)\right)$\$ et la 2e $\left(\frac{(223\,380a+1\,280)}{3}\right)$ \$, cette dernière devant d'abord investir une petite somme pour lancer son entreprise?

2- Dans combien d'années les deux nouveaux employés, Saïd et Jack, recevront-ils le même salaire si le 1er se voit promettre un salaire de $\left(3(27\,084a-4)\right)$ \$ et le 2e se fait payer un salaire de $\left(\frac{(243\,756a-6)}{3}-10\right)$ \$?

3- Dans combien d'années les deux nouveaux engagés recevront-ils le même salaire si le premier est payé $\left(7(5\,625a-75\,000)\right)$\$ par année et le second $\left(\frac{6(56\,281a+25\,600)}{5}-145\,000\right)$ \$ par année?

Ce problème a été adapté des exemples proposés par le didacticien Sylvain Vermette dans le webinaire *L'analyse de l'erreur en mathématiques*.

Question de salaire

Voici trois réponses d'élèves

Élève 1:

$$12(6\,205a+7)=\left(\frac{(223\,380a+1280)}{3}\right)$$

$$74\,460a+84=74\,460a+426.\overline{6}$$

$$148\,920a=426.\overline{6}+84$$

$$148\,920a=510.\overline{6}$$

$$a=\frac{510.\overline{6}}{148\,920}$$

$$=0.003$$

0.003 ans $=$? mois → dans environ 4 mois

1 an $=$ 12 mois

Élève 2:

$$7(5\,625a-75\,000)^{*5}=\frac{6(56\,281a+25\,600)}{5}-145\,000^{*5}$$

$$35(5\,625a-75\,000)=6(56\,281a+25\,600)-145\,000$$

$$196\,875a-75\,000=337\,686a+153\,600-145\,000$$

$$196\,875a-\overset{+7500}{75\,000}=337\,686a+\overset{+7500}{8600}$$

$$19\,875a=337\,686a+16\,100$$

$$-317\,811a=16\,100$$

$a=0,0507$ ans

1 an $=$ 12 mois

0,05 an $\approx$? mois

→ 0,60 mois

→ Ils auront le même salaire dans moins d'un mois

Élève 3:

$$3(27\,084a-4)=\frac{243\,756a-6}{3}$$

$$81\,252-12=81\,252-12$$

$$0=0$$

Aucune solution possible

[Cliquer ici] pour accéder à la mise en commun du travail collaboratif réalisé lors de la formation.

Ce problème a été adapté des exemples proposés par le didacticien Sylvain Vermette dans le webinaire *[L'analyse de l'erreur en mathématiques]*.

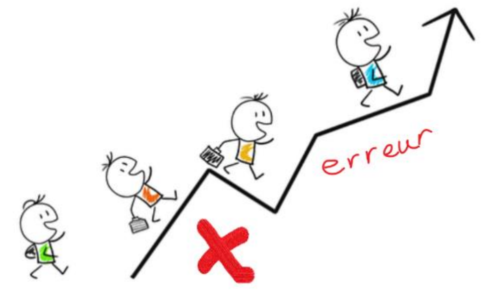
Retour sur la mise en pratique d'une analyse d'erreurs

Certains problèmes vous ont peut-être fait vivre un conflit cognitif.

Est-ce que nous donnons souvent cette place au conflit cognitif dans notre enseignement?
Sommes-nous nous-mêmes capables d'y réagir avec aisance?

Est-ce que nos élèves sont habilités à « résoudre des problèmes », ce qui implique qu'il y a au départ un « problème » à résoudre?

Nos élèves sont-ils outillés pour vivre l'incertitude, le déséquilibre qu'apporte un problème, une erreur?



Faire jaillir les apprentissages des erreurs passe souvent par la déstabilisation cognitive, par la déstabilisation de ce que nous avons l'habitude de vivre, de faire.

Ces questions posées au début de la formation nous rappellent qu'aider nos élèves à faire jaillir les apprentissages de leurs erreurs passe d'abord par notre propre façon d'y réagir.

Bref, transformer l'erreur en source de motivation et d'engagement permet…

à la communauté d'apprenants de progresser dans sa compréhension conceptuelle.

L'erreur témoigne du niveau de compréhension actuel de l'élève et des obstacles qu'il rencontre dans son apprentissage de la mathématique.

à l'enseignant de planifier ses interventions pour mieux soutenir les apprentissages.

L'erreur devient donc une alliée puisqu'elle permet d'avoir accès au raisonnement de l'élève et est alors considérée comme positive.

3

Quels principes d'enseignement permettent d'exploiter l'erreur pour assurer le développement des compétences?

Des principes d’enseignement pour exploiter l’erreur

- Considérer le génie mathématique de chaque élève
- Planifier en tenant compte de la spécificité des savoirs
- Proposer des activités mathématiques riches et variées
- Anticiper les erreurs, les analyser et y réagir
- Questionner et offrir de la rétroaction variée

Considérer le génie mathématique de chaque élève

1^er principe ciblé

Prendre conscience des forces et des défis de chaque élève.

Anticiper les erreurs dont la cause est propre au bagage de l'élève.

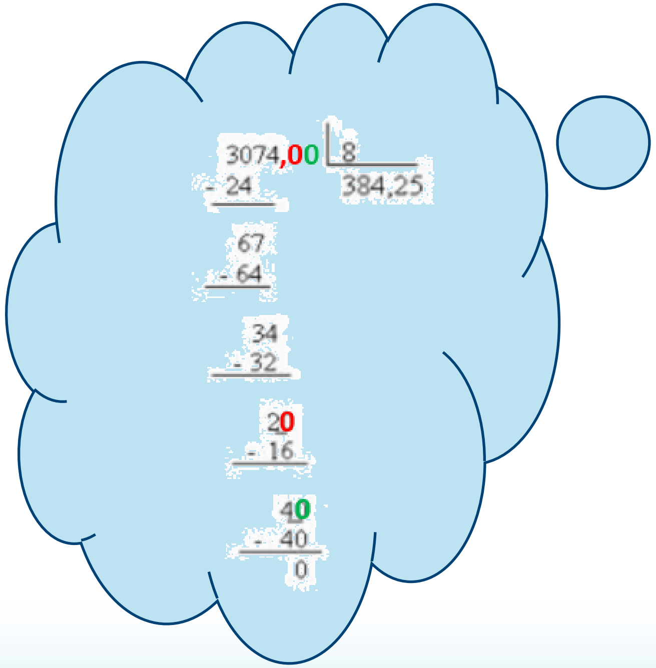
Accepter que chaque élève déploie un raisonnement qui lui est propre.

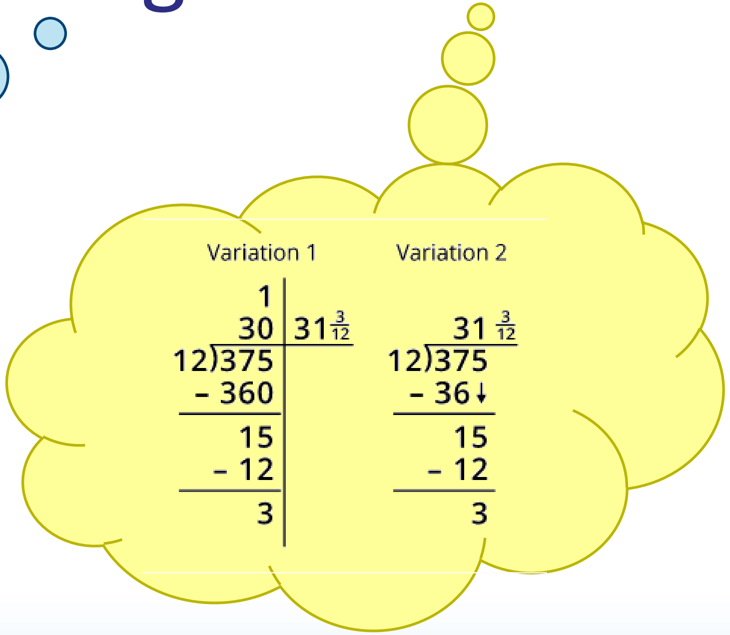
Accompagner l'élève dans l'exploration de son raisonnement par un questionnement ouvert.

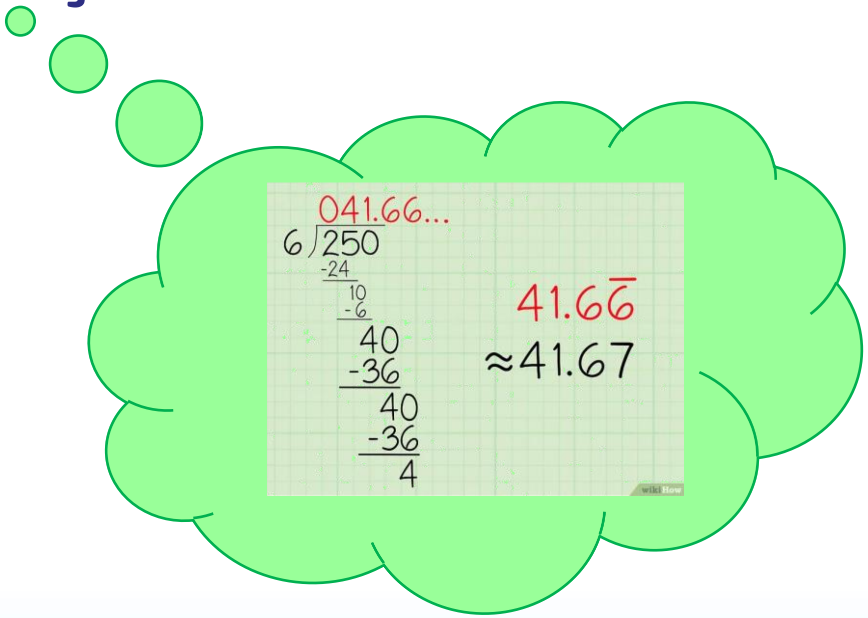
Considérer le génie mathématique de chaque élève

Anticiper les erreurs dont la cause est propre au bagage de l’élève.

Chacun comprend, raisonne, crée des algorithmes à sa façon.







Considérer le génie mathématique de chaque élève

Anticiper les erreurs dont la cause est propre au bagage de l’élève.

Un même mot peut référer à différentes réalités.

Une lettre dans une équation mathématique

- Variable
- Inconnue
- Paramètre
- Nom d’une droite

« Peut-être qu'en voulant protéger la façon de symboliser, soit la forme et la façon d'écrire les mathématiques, nous avons mis de côté une dimension essentielle des mathématiques elles-mêmes : le contenu! »

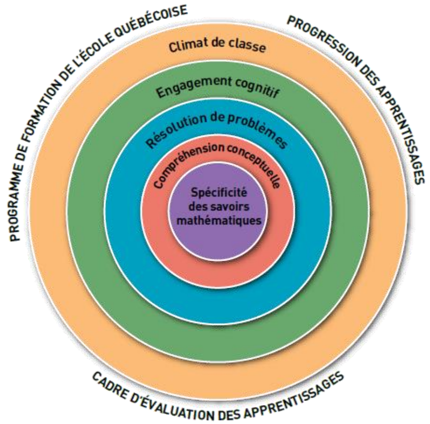
- Jérôme Proulx, *Toutes ces réponses sont bonnes*, p. 28

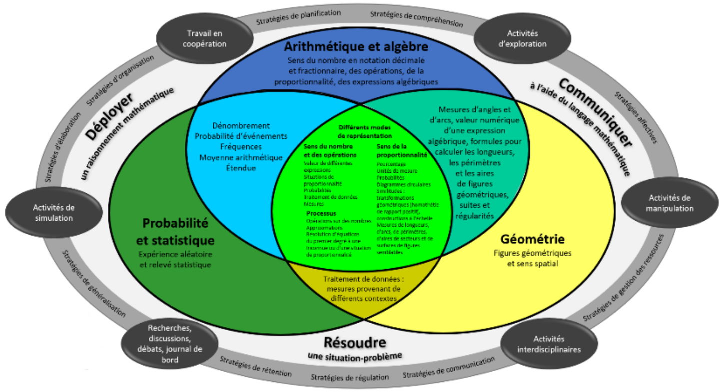
Planifier en tenant compte de la spécificité des savoirs mathématiques*

2e principe ciblé

Miser sur la compréhension conceptuelle, sur les conjectures, plutôt que sur les algorithmes de calcul ou sur les trucs.

Utiliser les conceptions des élèves comme point de départ pour faire évoluer leur compréhension conceptuelle.





Étudier plusieurs erreurs, surtout au début des apprentissages.

Considérer la continuité des savoirs dans le développement de la compréhension conceptuelle.

*La connaissance et la compréhension des manifestations des concepts (spécificité des savoirs mathématiques) par l’enseignant représentent un préalable nécessaire à l’enseignement ***(Morin, 2003; National Mathematics Advisory Panel, 2008).***

Planifier en tenant compte de la spécificité des savoirs mathématiques

Considérer la continuité des savoirs dans le développement de la compréhension conceptuelle.

Primaire :
L'aire est calculée en carrés unités.

Secondaire :
L'aire est calculée à l'aide d'équations arithmétiques.

1er cycle du secondaire :
Dans un problème d'algèbre, l'inconnue garde une même valeur dans un problème.

2e cycle du secondaire :
La variable x peut avoir deux valeurs dans une équation du 2e degré.

Le concept d'inconnue est-il le même que celui de variable, de paramètre.?

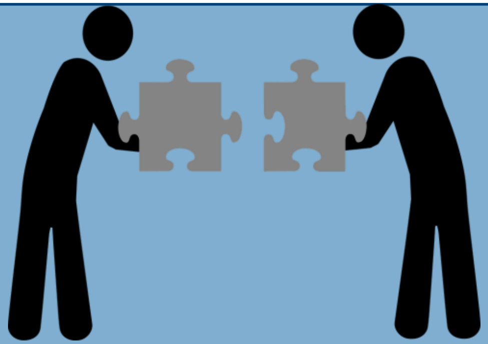
1er cycle du secondaire :
Toujours commencer par simplifier les fractions avec lesquelles nous travaillons.

2e cycle du secondaire :
Avant de simplifier une fonction rationnelle, penser à écrire les restrictions qu'elle entraîne.

Proposer des activités mathématiques riches et variées

3e principe ciblé

Proposer des problèmes riches
qui provoquent des erreurs.



Réaliser des séances d’analyse d’erreurs d’élèves pour développer la compréhension conceptuelle.

Favoriser les interactions sociales pour permettre la verbalisation des démarches et la confrontation d’idées.

Guider les élèves dans le modelage des situations qui leur sont proposées.

Proposer des activités mathématiques riches et variées

Proposer des problèmes riches qui provoquent des erreurs.

Problème en images

Quel est l'intrus

Causerie mathématique

Menu Math

Tâche créative

Open Middle

Programmation et robotique

Math en 3 temps

Énigme

Anticiper les erreurs, les analyser et y réagir

4e principe ciblé

Questionner les élèves
pour faire émerger des conflits cognitifs.**

Développer des stratégies cognitives et métacognitives qui permettent aux élèves de surmonter leurs défis.

Laisser les élèves prendre conscience des limites de leurs raisonnements.

Analyser les erreurs des élèves pour les comprendre
et ajuster les interventions.

**** Pour inspirer des idées de questions à poser aux élèves, voici deux références utiles:**

[Référentiel Agir autrement en mathématique, pour la réussite des élèves en milieu défavorisé]()

[Questionner pour améliorer l'apprentissage de l'élève]()

Anticiper les erreurs, les analyser et y réagir

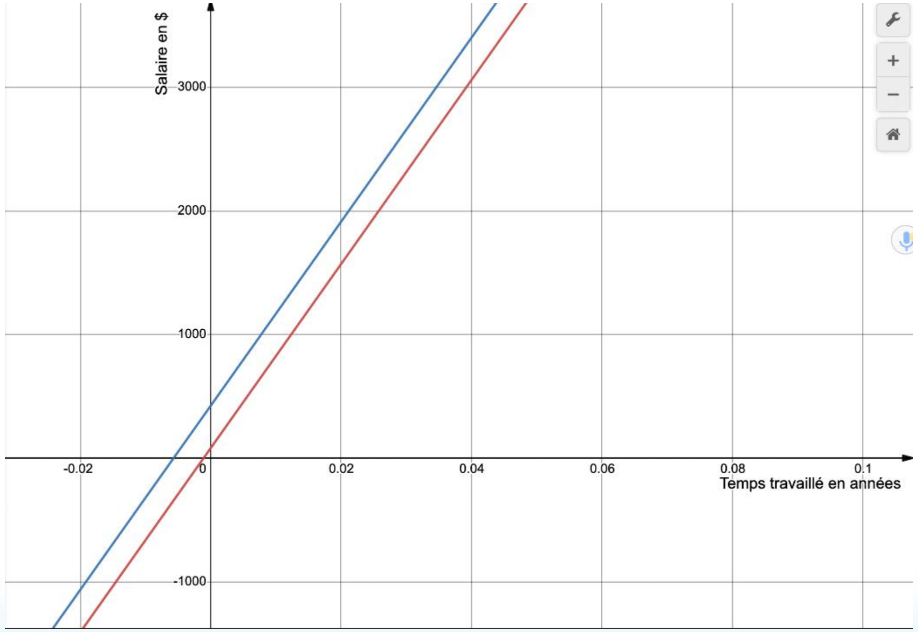
Questionner les élèves pour faire émerger des conflits cognitifs.

Question de salaire

1- Dans combien d'années, si elles commencent en même temps leur carrière, Mathilde et Johana recevront-elles le même salaire si la 1re est payée $\left(12(6205a+7)\right)$ \$ et la 2e $\left(\frac{(223\,380a+1280)}{3}\right)$ \$, cette dernière devant d'abord investir une petite somme pour lancer son entreprise?

1 $S(a) = 12(6\,205a + 7)$

2 $S(a) = \left(\frac{(223\,380a + 1\,280)}{3}\right)$



Anticiper les erreurs, les analyser et y réagir

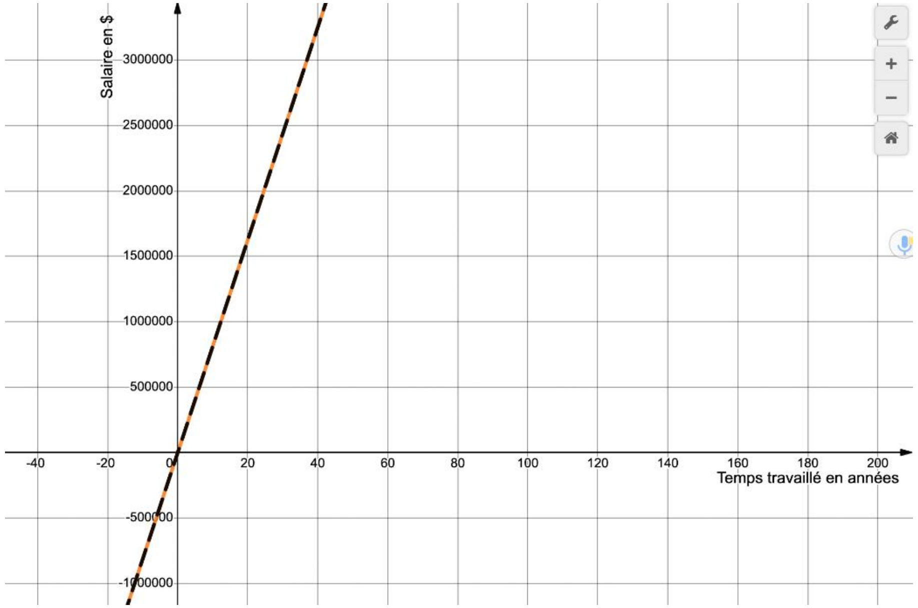
Questionner les élèves pour faire émerger des conflits cognitifs.

Question de salaire

2- Dans combien d'années les deux nouveaux employés, Saïd et Jack, recevront-ils le même salaire si le 1er se voit promettre un salaire de $\left(3(27084a-4)\right)$ \$ et le 2e se fait payer un salaire de $\left(\frac{(243756a-6)}{3}-10\right)$ \$?

1 $S(a)=3(27084a-4)$

2 $S(a)=\left(\frac{(243756a-6)}{3}-10\right)$



Anticiper les erreurs, les analyser et y réagir

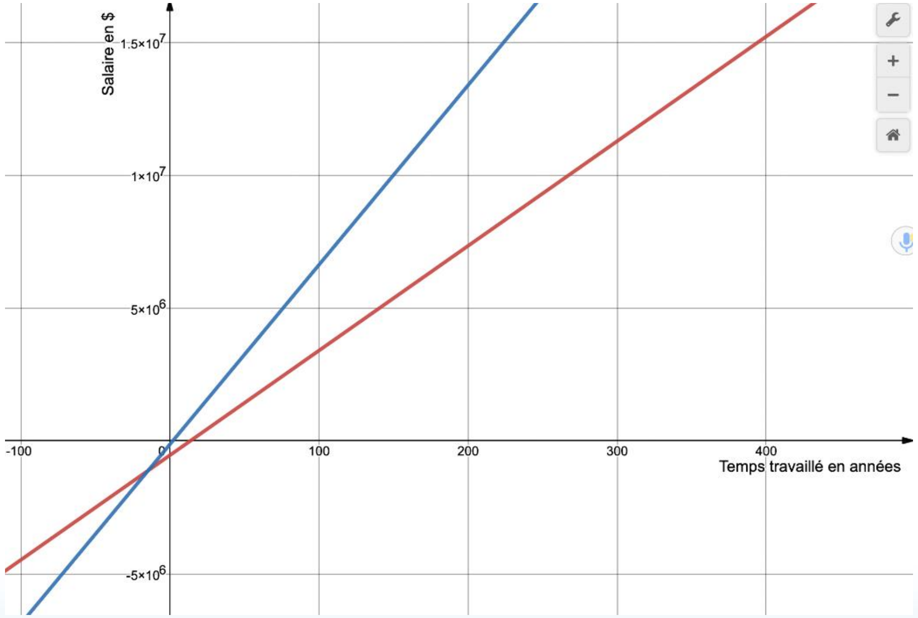
Questionner les élèves pour faire émerger des conflits cognitifs.

Question de salaire

3- Dans combien d'années les deux nouveaux engagés recevront-ils le même salaire si le premier est payé $\left(7(5625a - 75000)\right)$ \$ par année et le second $\left(\frac{6(56281a+25600)}{5} - 145000\right)$ \$ par année?

1 $S(a) = 7(5625a - 75000)$

2 $S(a) = \left(\frac{6(56281a + 25600)}{5} - 145000\right)$



Questionner et offrir de la rétroaction variée

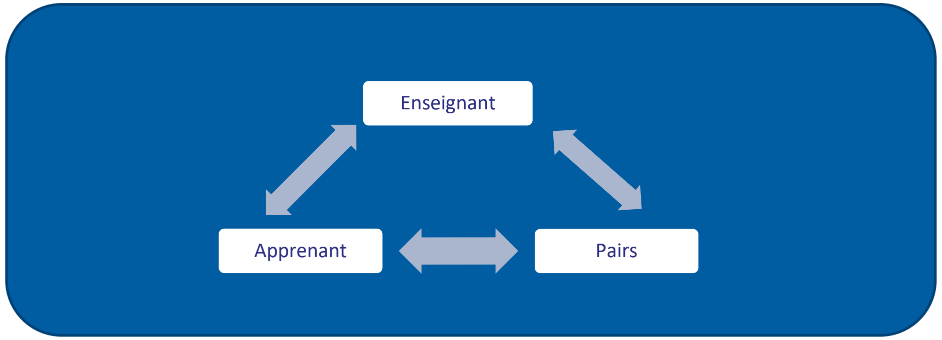
5^{e} principe ciblé

Considérer le statut positif de l'erreur dans le processus d'apprentissage.

Aider l'élève à développer des outils lui permettant de s'interroger lui-même.

Encourager les élèves à recevoir de la rétroaction de leurs pairs et de l'enseignant.

Reconnaître que les erreurs commises par les élèves permettent à l'enseignant d'ajuster son enseignement.



Permettre à l'élève de réaliser la différence entre comprendre et expliquer sa compréhension.

Il existe un lien réel entre le statut de l'erreur et **la rétroaction que nous donnons** : l'erreur peut permettre à l'enseignant d'**ajuster son enseignement** en fonction des informations recueillies.

Poser des questions
et offrir de la rétroaction variée

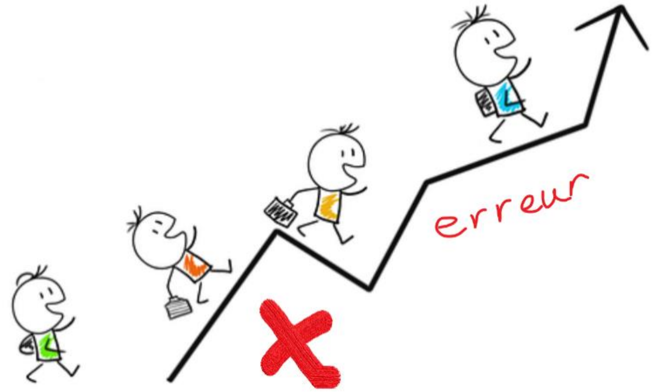
Des pistes de rétroaction pertinentes :

- Encourager la vaillance des élèves, leur persévérance, plutôt que leur intelligence ou la bonne réponse;

- Poser des questions de compréhension à tout moment;

- Permettre aux élèves de se questionner eux-mêmes et entre eux et de questionner l’enseignant;

- Saisir l’occasion d’apprentissage qu’apportent les questions des élèves.



« Je ne perds jamais.
Soit je gagne,
soit j'apprends. »

- Nelson Mandela

Pistes réflexives

Comment allez-vous utiliser les erreurs de vos élèves pour les transformer en levier d'apprentissage?

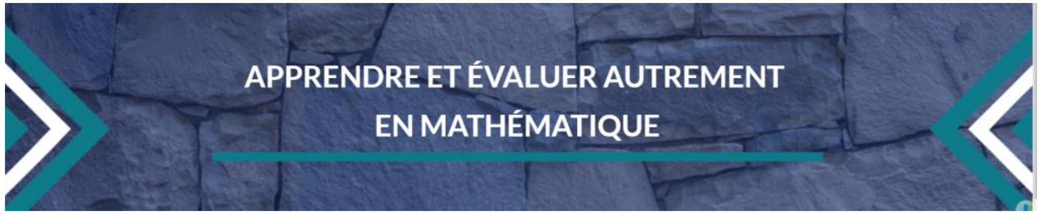
Comment vos élèves vont-ils tirer profit de leurs erreurs?

Des questions?

Nous sommes là pour y répondre!

FGJ-Math@education.gouv.qc.ca

Références utiles et inspirantes pour utiliser l'erreur comme levier d'apprentissage



[Apprendre et évaluer autrement en mathématique]

UNIVERSITY OF WATERLOO

Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

[Centre d'éducation en mathématiques et en informatique, Université de Waterloo]

Bibliographie

- Artigue, M. (2009). *Le rôle de l'erreur*. Tangente éducation.
- Astolfi, J.-P. (2021). *L'erreur, un outil pour enseigner* (10e éd.). ESF éditeur.
- Bednarz, N. (1987). Trouver l'obstacle derrière l'erreur : une autre façon d'enseigner. *Prospectives* (121), 159-160.
- Boaler, J. *Mathematical mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Math*. San Francisco (Calif.), Jossey-Bass & Pfeiffer Imprints, 2016.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.
- Centre d'éducation en mathématiques et en informatique (s. d.). *Problème de la semaine.* Université de Waterloo. https://www.cemc.uwaterloo.ca/resources/potw-f.php
- DeBlois, L. (2011). *Enseigner les mathématiques : des intentions à préciser pour planifier, guider et interpréter*. Presses de l'Université Laval.
- Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS) (2012). Agir autrement en mathématique pour la réussite des élèves en milieu défavorisé. Gouvernement du Québec. http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/education/adaptation-scolaire-services-comp/SIAA_Math_reference_FR.pdf
- Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur (MEES) (2019). Référentiel d'intervention en mathématique. Gouvernement du Québec. http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/dpse/adaptation_serv_compl/Referentiel-mathematique.pdf
- Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ) (2006). Programme de formation de l'école québécoise. Gouvernement du Québec. http://www.education.gouv.qc.ca/enseignants/pfeq/secondaire/domaine-de-la-mathematique-de-la-science-et-de-la-technologie/mathematique/

Bibliographie (suite)

- Ministère de l'Éducation de l'Ontario (MEO) (2004). La numératie en tête de la 7e à la 12e année : rapport du Groupe d'experts pour la réussite des élèves. Gouvernement de l'Ontario.
- Morin, M.-P. (2003). *Enseigner les mathématiques au primaire : le quoi ou le comment?* Montréal : Bande didactique.
- National Mathematics Advisory Panel (2008). *Foundations for Success: The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. Récupéré au http://www2.ed.gov/about/bdscomm/list/mathpanel/report/final-report.pdf
- Nottingham, J. (2007). *The Learning Pit*. Challenging Learning Ltd. https://www.challenginglearning.com/
- Proulx, J. (2021). *Toutes ces réponses sont bonnes : quand les élèves nous font la leçon en mathématiques*. Éditions Multimondes.
- Reuter, Y. (2013). *Panser l'erreur à l'école : de l'erreur au dysfonctionnement.* Presses universitaires du Septentrion.
- Van de Walle, J. A., et Lovin, L. H. (2008). L'enseignement des mathématiques : l'élève au centre de ses apprentissages (tome 3). ERPI.
- Vermette, S. (2015). L'analyse de l'erreur en mathématiques [webinaire]. TA@l'école. https://www.taalecole.ca/webinaire-gratuit-lerreur-en-mathematiques/
- Vermette, S. et Martin, V. (2017). Analyse de situations proposées par de futurs enseignants pour enseigner la division de fractions. *Revue de mathématiques pour l'école* (228), 28-35. http://www.revue-mathematiques.ch/files/1015/0666/8889/RMe228-Vermette.pdf
- Zakhartchouk J.-M. (2019). *Enseigner avec les erreurs des élèves.* ESF Sciences humaines.