Pistes d'action visant une mise en œuvre réaliste et harmonisée des programmes d'études en mathématique

Novembre 2020

Direction de la formation générale des jeunes
Ministère de l'Éducation

Québec

Animateurs

Geneviève Dupré

Responsable des programmes d'études en mathématique

Formation générale des jeunes

Ministère de l'Éducation

Jim Cabot Thibault

Agent des services régionaux de soutien et d'expertise, dossier des difficultés d'apprentissage

Bas-Saint-Laurent et Gaspésie–Îles-de-la-Madeleine

Finalité recherchée

Un enseignement du contenu des programmes d'études en mathématique qui vise le développement des compétences de tous les élèves

Intention de la rencontre

Fournir des pistes d'action et des exemples pour soutenir les milieux scolaires dans leurs réflexions quant à l'actualisation harmonisée et réaliste des programmes d'études en mathématique

Plan de la présentation

Finalité recherchée

Un enseignement du contenu des programmes d'études en mathématique qui vise le développement des compétences de tous les élèves

Défis

Mise en œuvre harmonisée des programmes d'études par les différents intervenants

Temps disponible pour l'enseignement du contenu des programmes d'études

Pistes d'action

Développer une compréhension commune

- ❑ des trois compétences mathématiques du PFEQ
- ❑ des concepts et des processus mathématiques du PFEQ
- ❑ des liens entre le développement de compétences et l'apprentissage de concepts et de processus

- ❒ Travailler le développement de compétences et l'apprentissage des concepts et des processus de façon intégrée
- ❒ Enseigner les concepts et les processus en réseaux
- ❒ Évaluer les élèves à partir de traces recueillies en cours d'apprentissage

Planifier en équipe-cycle et mettre en place des moments de concertation entre les cycles

Quelques rappels

- Le Programme de formation de l'école québécoise (PFEQ) et la progression des apprentissages (PDA) sont des documents officiels prescrits.
- Les savoirs essentiels qui se trouvent dans les programmes d'études ont déjà fait l'objet d'une sélection.
- L'apprentissage des élèves en mathématique est axé sur le développement de leurs compétences.

Deux défis

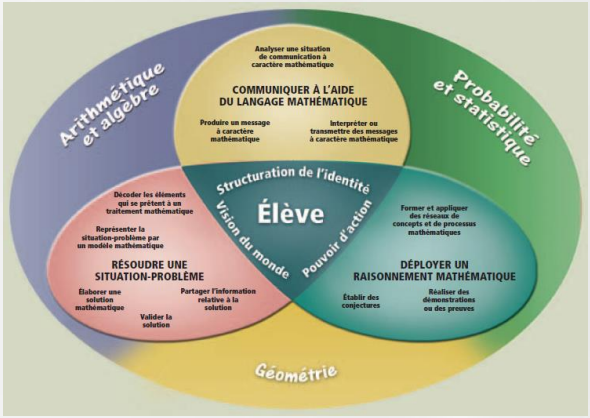
Mise en œuvre harmonisée des programmes d'études par les différents intervenants

Temps disponible pour l'enseignement du contenu des programmes d'études

Cohérence et équité

Actions visant une mise en œuvre harmonisée des programmes d'études par les différents intervenants

Une action en trois volets



Source : PFEQ, 1er cycle du secondaire, p. 233

Développer une compréhension commune

- des trois compétences mathématiques du PFEQ
- des concepts et des processus mathématiques du PFEQ
- des liens entre le développement de compétences et l'apprentissage de concepts et de processus

afin de permettre une mise en œuvre cohérente des programmes d'études par les différents intervenants

Une action en trois volets

Que voulons-nous que les élèves apprennent?

Développer une compréhension commune

- des trois compétences mathématiques du PFEQ
- des concepts et des processus mathématiques du PFEQ
- des liens entre le développement de compétences et l'apprentissage de concepts et de processus

Quelles sont nos attentes par rapport à ces apprentissages?

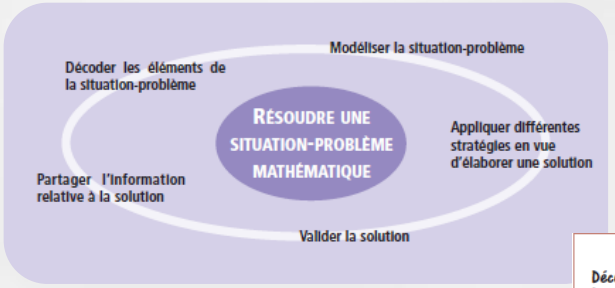
afin de permettre une mise en œuvre cohérente des programmes d'études par les différents intervenants

Développer une compréhension commune des trois compétences mathématiques du PFEQ

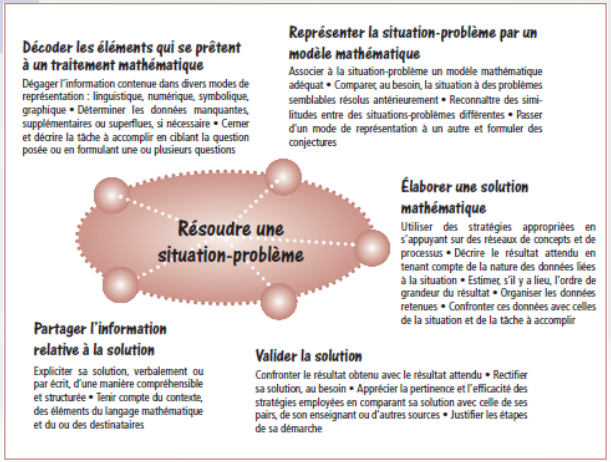
- Définitions et composantes
- Stratégies cognitives, métacognitives et autres
- Attentes de fin de cycle et critères d'évaluation
- Les rôles de l'élève et de l'enseignant

- Explorer la progression du développement des compétences
- Explorer différents types de tâches

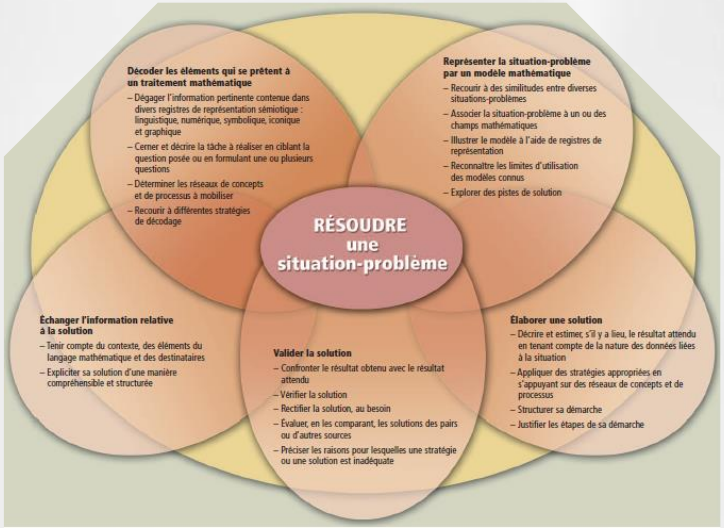
Compétence 1 et ses composantes



Source : PFEQ, primaire, p. 127

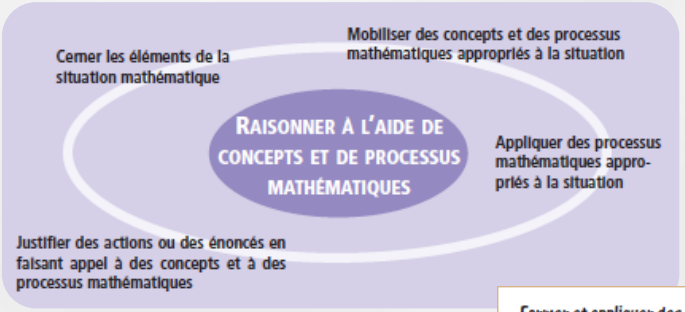


Source : PFEQ, 1er cycle du secondaire, p. 241

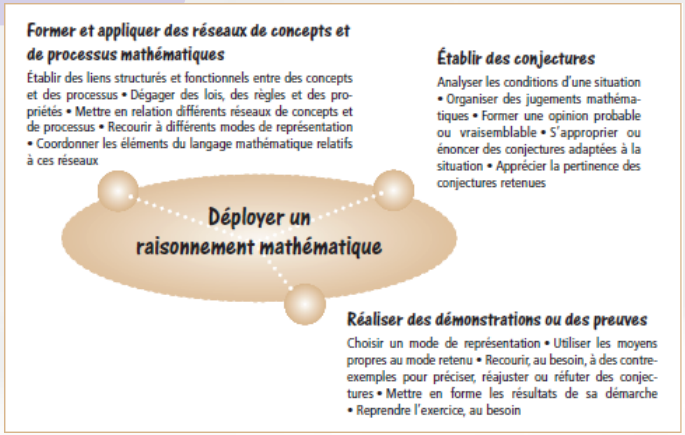


Source : PFEQ, 2e cycle du secondaire, p. 22

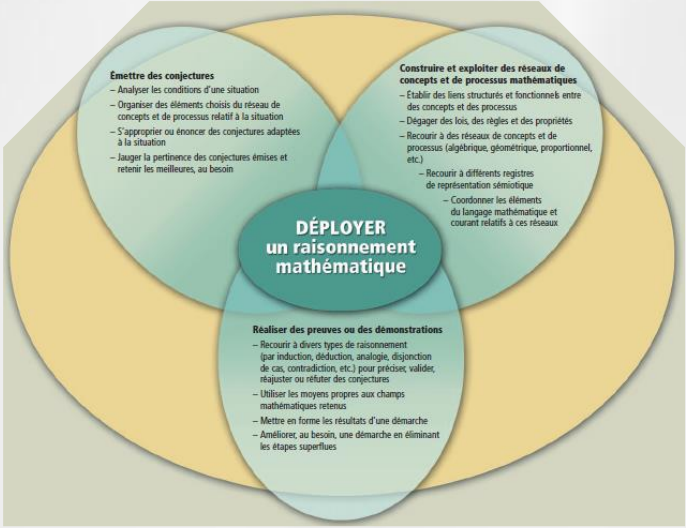
Compétence 2 et ses composantes



Source : PFEQ, primaire, p. 130

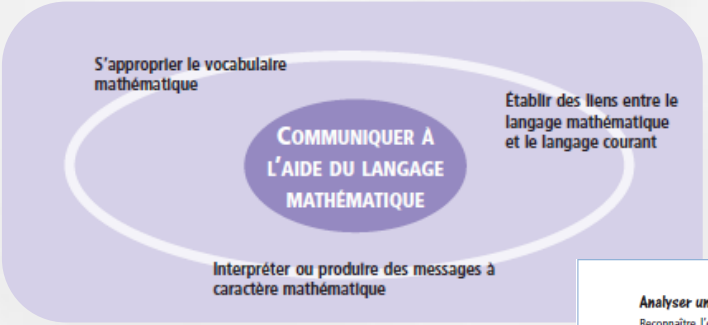


Source : PFEQ, 1er cycle du secondaire, p. 245

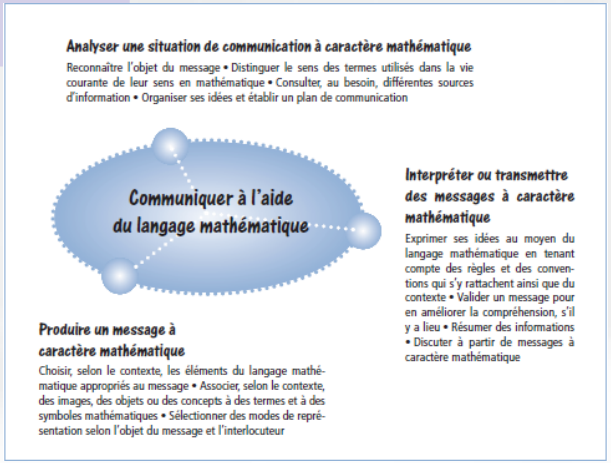


Source : PFEQ, 2e cycle du secondaire, p. 31

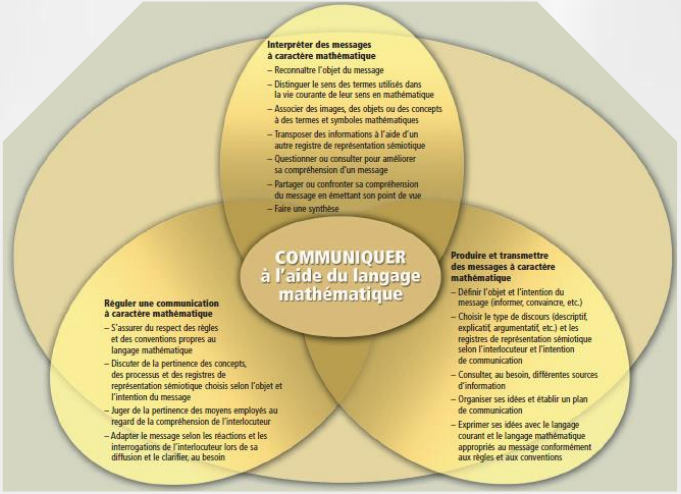
Compétence 3 et ses composantes



Source : PFEQ, primaire, p. 133



Source : PFEQ, 1er cycle du secondaire, p. 247



Source : PFEQ, 2e cycle du secondaire, p. 41

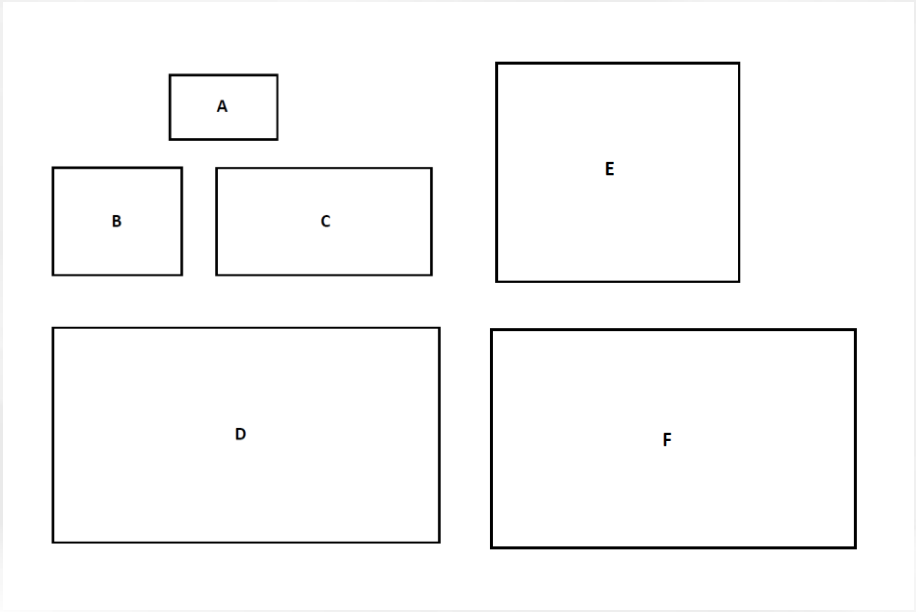
Exemple d'un modèle de progression des apprentissages sur le plan cognitif à l'égard de la compétence *Résoudre une situation-problème*

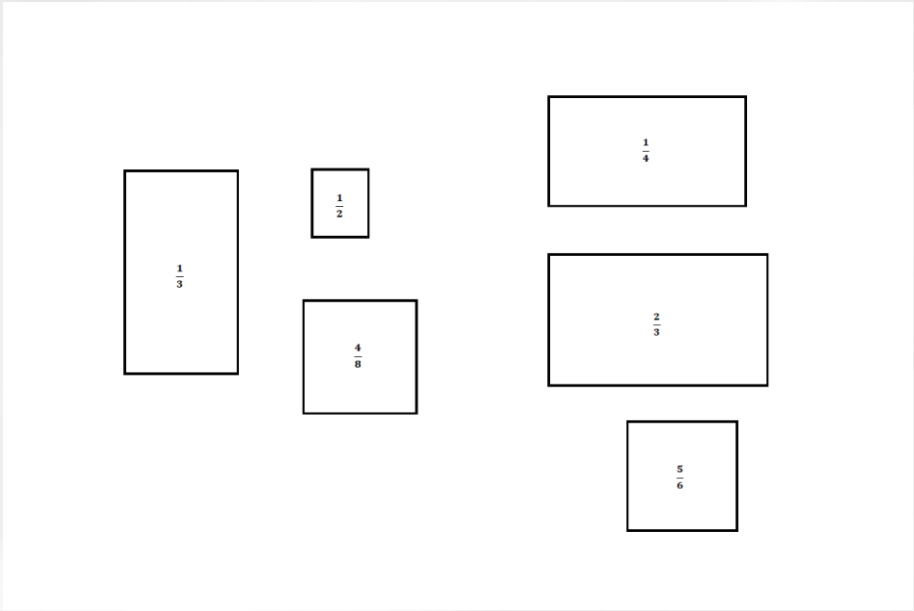
Pour un indicateur donné, notons que le contenu de chaque cellule inclut le contenu des cellules précédentes.

(a) Indicateur relatif à la reconnaissance du problème et à sa compréhension	L'élève cerne le problème **en repérant** des informations.	L'élève cerne le problème **en identifiant et en sélectionnant** l'information pertinente parmi les données dont il dispose.	L'élève cerne le problème **en déterminant** les données non explicites.	L'élève cerne le problème **en analysant** les données, c'est-à-dire en les classant et en déterminant les relations qui les unissent.	L'élève cerne le problème **en synthétisant** les données, c'est-à-dire en les colligeant et en les présentant dans un tout cohérent.
(b) Indicateur relatif à la façon de poser du problème	L'élève pose le problème **en explorant** les données afin de dégager l'information nécessaire et, le cas échéant, identifier celles qui manquent.	L'élève pose le problème **en identifiant** les concepts et les processus et leurs relations.	L'élève pose le problème **en le traduisant** dans un langage mathématique d'une manière synthétique.	L'élève pose le problème **en déterminant** la ou les tâches à réaliser.	L'élève pose le problème **en anticipant** les résultats (nature, catégorie, etc.) attendus ou potentiels.
(c) Indicateur relatif à la planification d'une démarche de résolution	L'élève planifie la résolution du problème **en identifiant** les contraintes et les obstacles.	L'élève planifie la résolution du problème **en déterminant** les moyens ou les manières de surmonter les obstacles.	L'élève planifie la résolution du problème **en examinant** différentes solutions possibles conduisant au produit.	L'élève planifie la résolution du problème **en le divisant** en sous-problèmes ou **en déterminant** les étapes essentielles compte tenu des ressources et des contraintes.	L'élève planifie la résolution du problème **en précisant** les résultats attendus pour chaque étape ou sous-problème ainsi que les moyens pris pour vérifier qu'ils sont atteints.
(d) Indicateur relatif à la mise en œuvre ou à l'application du plan	L'élève met en œuvre un plan de résolution **en sélectionnant** les concepts et les processus et les structures nécessaires.	L'élève met en œuvre un plan de résolution **en réalisant** les opérations prévues.	L'élève met en œuvre un plan de résolution **en analysant** le déroulement des opérations et l'adéquation des ressources.	L'élève met en œuvre un plan de résolution **en ajustant** le déroulement des opérations en fonction du résultat attendu.	L'élève met en œuvre un plan de résolution **en contrôlant** le fait que chacune des étapes rapproche du résultat attendu.
(e) Indicateur relatif à la validation de la solution	L'élève valide la solution **en notant** les différences entre les résultats obtenus et les résultats attendus et **en examinant** le déroulement.	L'élève valide la solution **en identifiant** les causes probables des différences entre les résultats obtenus et les résultats attendus ou **en révisant** le déroulement.	L'élève valide la solution **en imaginant** les moyens possibles de remédier à l'écart entre les résultats obtenus et les résultats attendus ou **en cherchant** une démarche différente pour produire les résultats.	L'élève valide la solution **en choisissant et en appliquant** des moyens d'obtenir les résultats attendus ou **en appliquant** une nouvelle démarche pour y parvenir.	L'élève valide la solution **en contrôlant** les conséquences des opérations exécutées ou les étapes de la nouvelle démarche.
(f) Indicateur relatif à la présentation (production) de la solution (démarche et résultat)	L'élève produit **une solution élémentaire non structurée** en utilisant des éléments du langage mathématique et en justifiant chacune des étapes de la solution.	L'élève produit **une solution élémentaire** en utilisant des éléments du langage mathématique et en justifiant chacune des étapes de la solution.	L'élève produit **une solution structurée simple** en utilisant des éléments du langage mathématique et en justifiant chacune des étapes de la solution.	L'élève produit **une solution structurée complexe** en utilisant des éléments du langage mathématique et en justifiant chacune des étapes de la solution.	L'élève produit **une solution structurée complexe et complète** en utilisant des éléments du langage mathématique et en justifiant chacune des étapes de la solution.

Source : PFEQ, 2e cycle du secondaire, p. 121

Exemple de problème permettant de répondre à différentes intentions : le casse-tête de Desjardins et Hétu (1974)





Exemple d'utilisation du problème de Desjardins et Hétu (1974)

Intentions d'apprentissage :

- **Composantes de la compétence 1** : décoder les éléments de la situation-problème et valider sa solution
- **Concepts et processus** : associer une fraction à une partie d'un tout (parties isométriques ou parties équivalentes) ou d'un groupe d'objets et vice versa (PDA, primaire, p. 6, B3)

Exemple d'utilisation du problème de Desjardins et Hétu (1974)

Intentions d'apprentissage :

- **Composante de la compétence 2** : justifier des actions ou des énoncés en faisant appel à des concepts et à des processus mathématiques
- **Composante de la compétence 3** : interpréter ou produire des messages à caractère mathématique

Exemple d'utilisation du problème de Desjardins et Hétu (1974)

Intentions d'apprentissage :

- **Consolidation de la compréhension de concepts et de processus et développement de la fluidité dans leur utilisation** : associer une fraction à une partie d'un tout (parties isométriques ou parties équivalentes) ou d'un groupe d'objets et vice versa (PDA, primaire, p. 6, B3)

- **Composante de la compétence 2** : mobiliser des concepts et des processus mathématiques appropriés à la situation

Une action en trois volets

Développer une compréhension commune

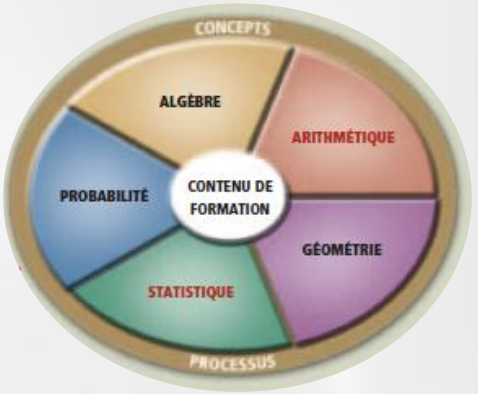
- des trois compétences mathématiques du PFEQ
- des concepts et des processus mathématiques du PFEQ
- des liens entre le développement de compétences et l'apprentissage de concepts et de processus

Que voulons-nous que les élèves apprennent?

Quelles sont nos attentes par rapport à ces apprentissages?

afin de permettre une mise en œuvre cohérente des programmes d'études par les différents intervenants

Développer une compréhension commune des concepts et des processus mathématiques du PFEQ

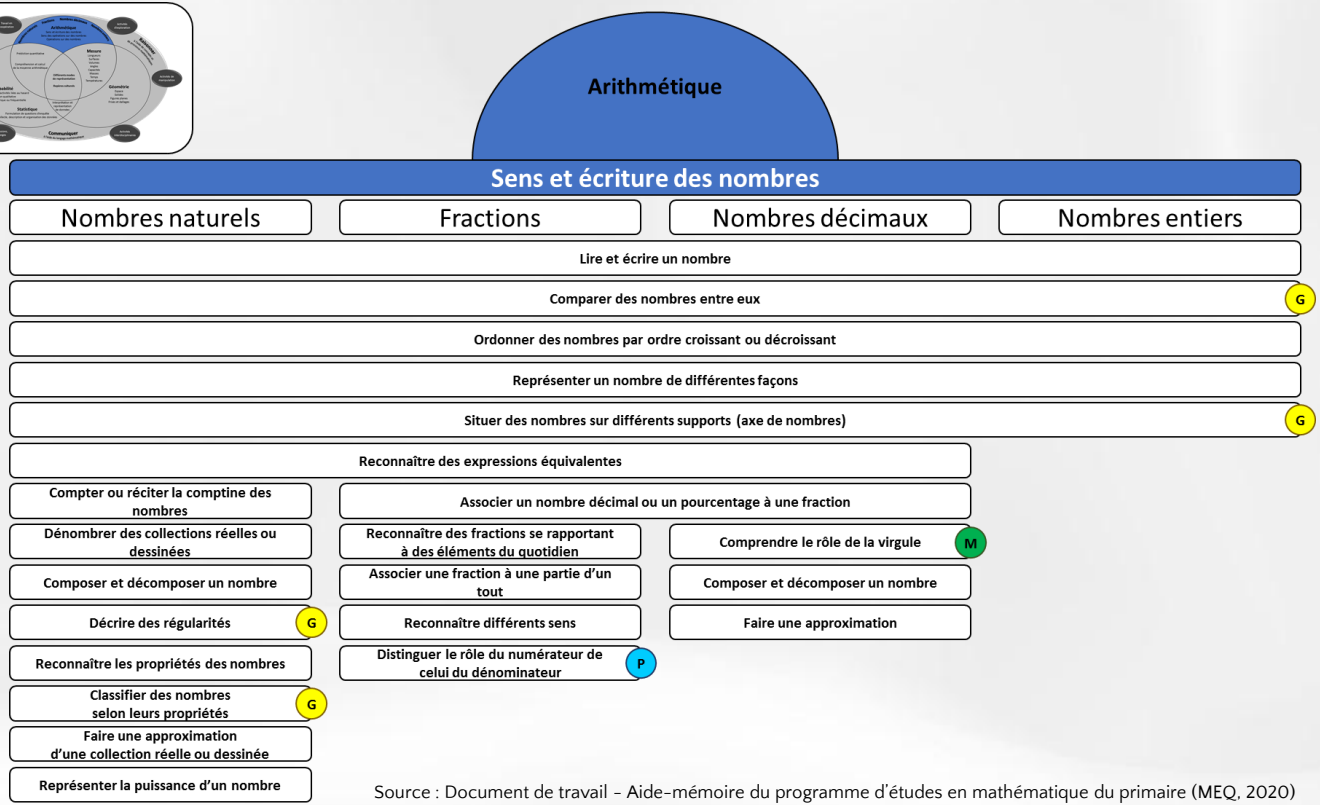


Source : PFEQ, 1er cycle du secondaire, p. 239

- Observer la progression des apprentissages au fil des cycles
- Dégager chez l'élève des manifestations observables de la compréhension des concepts mathématiques et des processus y étant associés (savoirs essentiels / contenu de formation)

Observer la progression des apprentissages au fil des cycles

Exemple de représentation des concepts et des processus mathématiques qui relèvent du sens et de l'écriture des nombres dans le champ de l'arithmétique du programme d'études en mathématique du primaire



Source : Document de travail - Aide-mémoire du programme d'études en mathématique du primaire (MEQ, 2020)

Observer la progression des apprentissages au fil des cycles

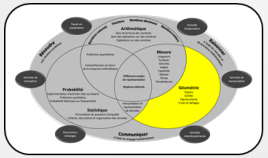
Arithmétique

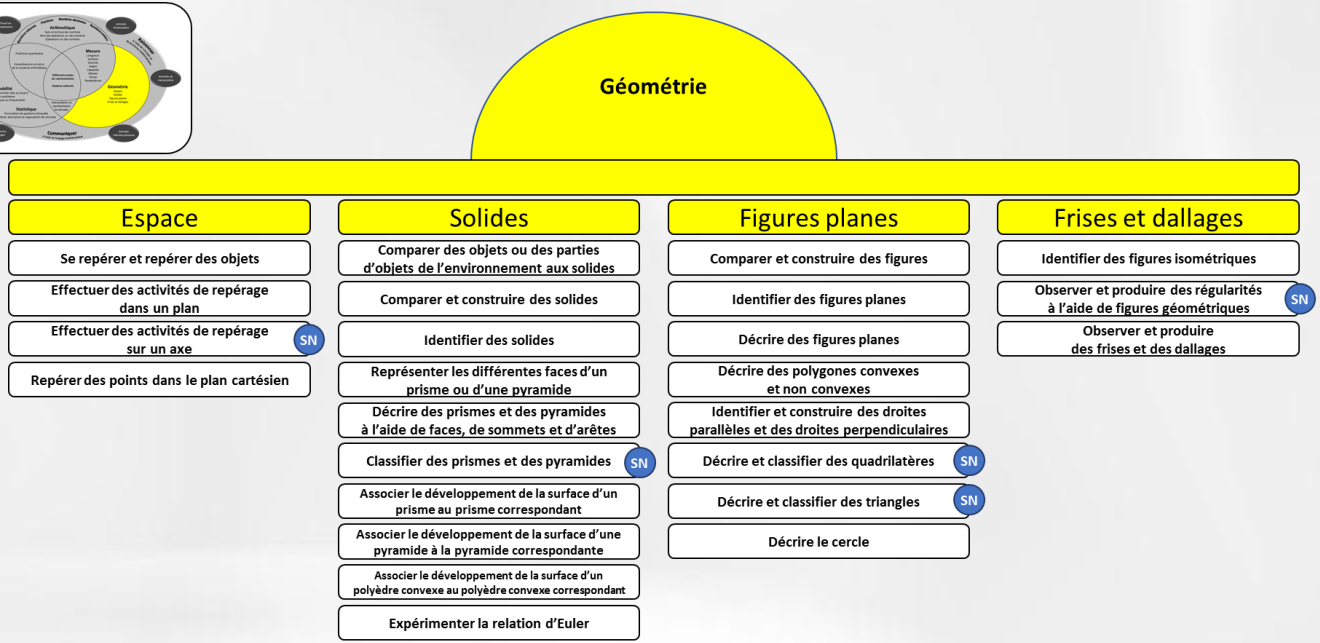
Sens et écriture des nombres

Nombres naturels	Fractions	Nombres décimaux	Nombres entiers
	Lire et écrire un nombre		
Comparer des nombres entre eux G			
Ordonner des nombres par ordre croissant ou décroissant			
Représenter un nombre de différentes façons			
Situer des nombres sur différents supports (axe de nombres) G			
Reconnaître des expressions équivalentes			
Compter ou réciter la comptine	Associer un nombre décimal ou un pourcentage à une fraction		
Dénombrer des collections réelles ou dessinées	Reconnaître des fractions se rapportant à des éléments du quotidien	Comprendre le rôle de la virgule M	
Composer et décomposer un nombre	Associer une fraction à une partie d'un tout	Composer et décomposer un nombre	
Décrire des régularités G	Reconnaître différents sens	Faire une approximation	
Reconnaître les propriétés des nombres	Distinguer le rôle du numérateur de celui du dénominateur P		
Classifier des nombres selon leurs propriétés G			
Faire une approximation d'une collection réelle ou dessinée			
Représenter la puissance d'un nombre			

Observer la progression des apprentissages au fil des cycles

Exemple de représentation des concepts et des processus mathématiques du champ de la géométrie du programme d'études en mathématique du primaire

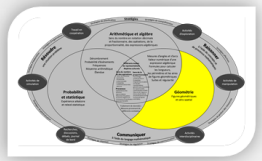


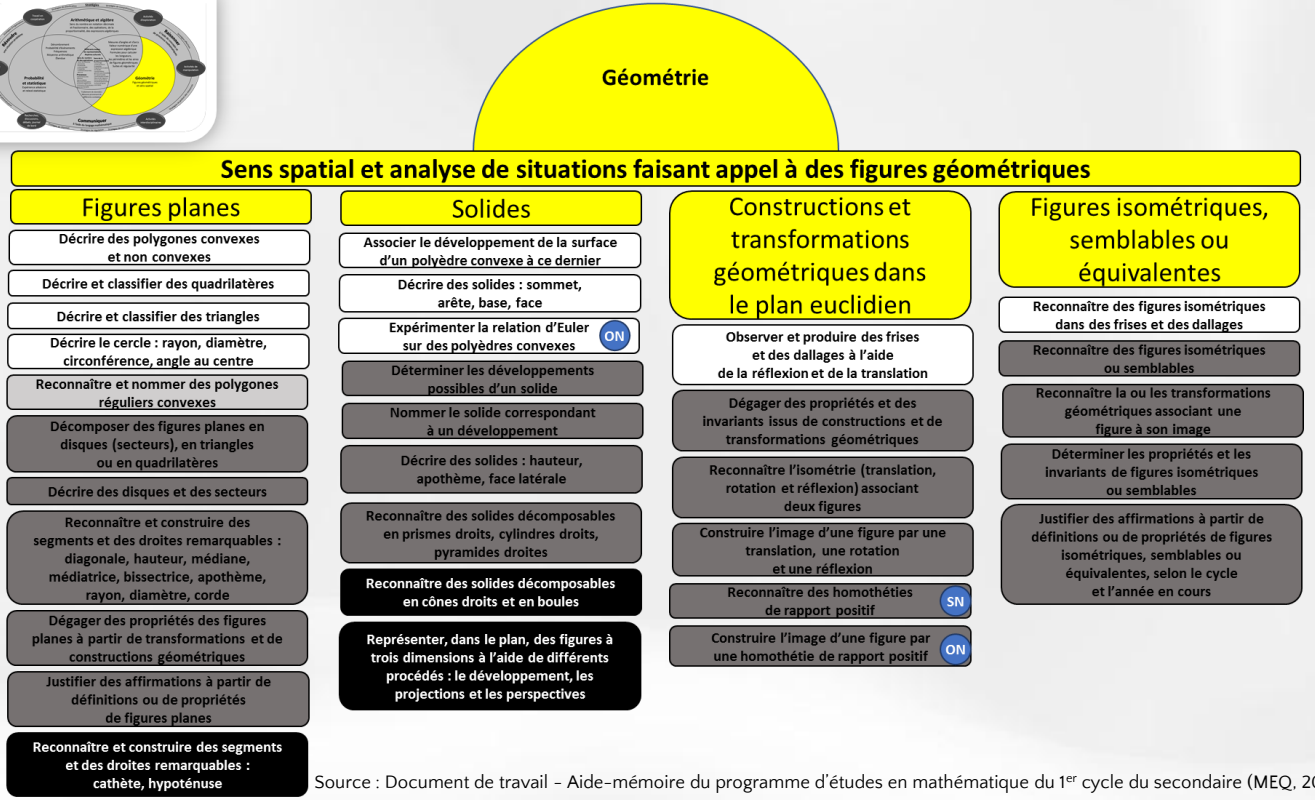


Source : Document de travail - Aide-mémoire du programme d'études en mathématique du primaire (MEQ, 2020)

Observer la progression des apprentissages au fil des cycles

Exemple de représentation montrant les concepts et les processus mathématiques qui relèvent du sens spatial et de l'analyse de situations faisant appel à des figures géométriques dans le champ de la géométrie du programme d'études en mathématique du 1er cycle du secondaire ainsi que les éléments du primaire réinvestis et les prolongements en 3e secondaire



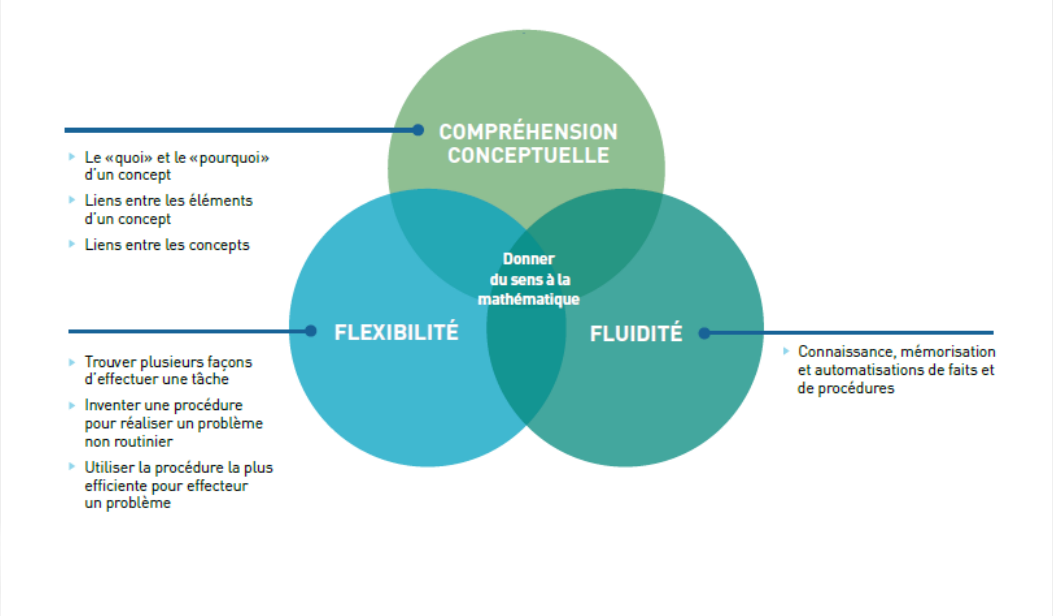


Source : Document de travail - Aide-mémoire du programme d'études en mathématique du 1er cycle du secondaire (MEQ, 2020)

Dégager chez l'élève des manifestations observables de la compréhension des concepts et des processus mathématiques

Je fais l'apprentissage d'un concept si...	Je fais l'apprentissage d'un processus ou d'une stratégie si...
•je peux en dégager les attributs essentiels (propriétés); •je peux produire des exemples et des contre-exemples; •je peux communiquer une définition personnelle; •je peux lier ce concept à d'autres concepts; •je peux le reconnaître en situation.	•je peux décrire le processus ou la stratégie, les définir ou encore en donner un exemple; •j'en connais l'importance et l'utilité; •je peux les mettre en œuvre; •je connais et je peux expliquer toutes les étapes que j'ai franchies pour les appliquer; •je peux comparer mon processus ou ma stratégie avec d'autres; •je peux justifier les étapes de mon processus ou de ma stratégie en m'appuyant sur des concepts et des propriétés; •je sais quand l'utiliser.

Source : Document d'accompagnement : L'arrimage entre les cycles d'apprentissage – Mathématique – Primaire (MEES, 2017)



Source : Référentiel d'intervention en mathématique (MEES, 2019)

Dégager chez l'élève des manifestations observables de la compréhension des concepts et des processus mathématiques

Deux exemples pour le primaire

Concepts et processus	Manifestations de la compréhension des concepts	Manifestations de la compréhension des processus rattachés aux concepts
Sens et écriture des nombres 2. Dénombrer des collections réelles ou dessinées c. Dénombrer une collection en groupant ou en regroupant (PDA, primaire, p. 5)	L'élève explique ou les traces de l'élève montrent : • pourquoi il est avantageux de faire des groupements ou des regroupements pour dénombrer une quantité; • le lien entre les groupements de puissances de 10 et les positions de notre système de numération (dizaines, centaines, unités de mille, etc.).	• L'élève fait des groupements et des regroupements constants pour dénombrer. • L'élève dénombre une collection en comptant par bonds. • L'élève fait des groupes de puissances de 10 pour dénombrer une quantité. • L'élève exprime la quantité à l'aide de l'écriture symbolique.
Sens et écriture des nombres 13. Situer des fractions sur un axe de nombres (droite numérique) (PDA, primaire, p. 7)	L'élève explique ou les traces de l'élève montrent : • qu'une fraction peut représenter un nombre et qu'elle se situe nécessairement entre deux autres nombres; • que lorsque le numérateur et le dénominateur sont égaux, cela correspond à l'entier; • qu'une fraction ne se situe pas toujours entre 0 et 1.	• L'élève évalue l'ordre de grandeur d'une fraction en la comparant à 0, ½ ou 1. • L'élève situe des fractions sur un axe de nombres à l'aide d'une procédure (ex. : diviser l'axe de nombres en fonction du dénominateur de la fraction).

Dégager chez l'élève des manifestations observables de la compréhension des concepts et des processus mathématiques

Deux exemples pour le secondaire

Concepts et processus	Manifestations de la compréhension des concepts	Manifestations de la compréhension des processus rattachés aux concepts
Analyse de situations à l'aide d'équations 9. Utiliser différentes méthodes pour résoudre des équations du premier degré à une inconnue se ramenant à la forme $ax + b = cx + d$: essais systématiques, dessins, méthodes arithmétiques (opérations inverses ou équivalentes), méthodes algébriques (méthodes de l'équilibre ou du terme caché) (PDA, secondaire, p. 16)	• L'élève comprend la relation d'égalité et ses implications (ex. : « Pour conserver l'équivalence, si j'effectue une opération d'un côté de l'égalité, je dois faire la même opération de l'autre côté. »). • L'élève fait la distinction, dans une équation, entre une inconnue et une constante.	• L'élève résout une équation du premier degré en utilisant l'une des méthodes possibles. • L'élève détermine la méthode de résolution d'équations qu'il juge optimale, selon la situation. • L'élève effectue des opérations sur les expressions algébriques de part et d'autre du signe d'égalité.
Figures isométriques, semblables ou équivalentes 5. Démontrer l'isométrie ou la similitude de triangles ou rechercher des mesures manquantes en utilisant les conditions minimales (PDA, secondaire, p. 29)	• L'élève reconnaît les propriétés et les invariants de figures isométriques ou semblables. • L'élève reconnaît que si deux triangles sont isométriques, alors ils sont semblables (mais que l'inverse n'est pas vrai). • L'élève établit les différentes conditions minimales d'isométrie ou de similitude de triangles (ex. : « Si j'ai deux triangles qui ont trois côtés homologues isométriques, alors ces triangles sont isométriques (puisque les angles sont nécessairement les mêmes). »).	• L'élève démontre l'isométrie ou la similitude de triangles à l'aide de justifications appuyées sur les conditions minimales d'isométrie ou de similitude de triangles. • L'élève détermine le rapport de similitude entre des triangles semblables. • L'élève détermine des mesures manquantes dans des triangles isométriques ou semblables.

Une action en trois volets

Développer une compréhension commune

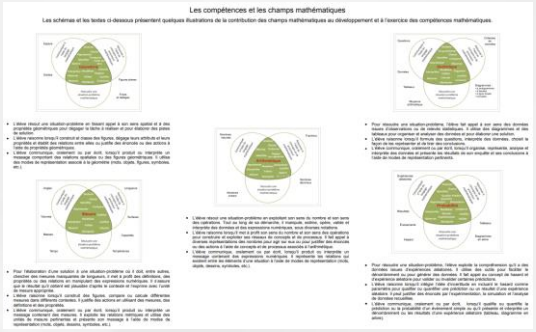
- des trois compétences mathématiques du PFEQ
- des concepts et des processus mathématiques du PFEQ
- des liens entre le développement de compétences et l'apprentissage de concepts et de processus

Quelles sont nos attentes par rapport à ces apprentissages?

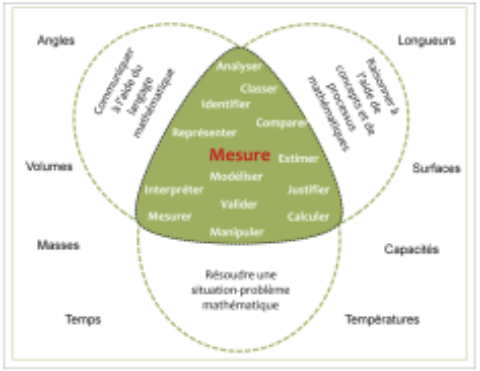
Que voulons-nous que les élèves apprennent?

afin de permettre une mise en œuvre cohérente des programmes d'études par les différents intervenants

Développer une compréhension commune des liens entre le développement de compétences et l'apprentissage des concepts et des processus



Source : Les compétences et les champs mathématiques – Primaire (MELS, 2009)



- Pour l'élaboration d'une solution à une situation-problème où il doit, entre autres, chercher des mesures manquantes de longueurs, il met à profit des définitions, des propriétés ou des relations en manipulant des expressions numériques. Il s'assure que le résultat qu'il obtient est plausible d'après le contexte et l'exprime avec l'unité de mesure appropriée.
- L'élève raisonne lorsqu'il construit des figures, compare ou calcule différentes mesures dans différents contextes. Il justifie des actions en utilisant des mesures, des définitions et des propriétés.
- L'élève communique, oralement ou par écrit, lorsqu'il produit ou interprète un message contenant des mesures. Il exploite les relations métriques et utilise des unités de mesure pertinentes et présente son message à l'aide de modes de représentation (mots, objets, dessins, symboles, etc.).

L'enseignant peut cibler une double intention d'apprentissage, peu importe le type de tâches proposées aux élèves.

Par exemple, il peut viser :

- le développement de compétences (*qui donne du sens aux concepts*)
- l'apprentissage de concepts et de processus (*qui sont mobilisés dans le développement de compétences*)

Exemples montrant le lien entre le développement de compétences et l'apprentissage des concepts et des processus

- La moyenne des élèves de M. Tremblay est de 72 % selon la dernière évaluation en mathématique. M. Tremblay s'est toutefois rendu compte qu'il avait oublié d'inclure la note de Frédéric (68 %) et celle de Maude (76 %) dans son calcul de la moyenne du groupe. Quelle sera la moyenne du groupe s'il inclut les notes de Frédéric et de Maude? (Référentiel d'intervention en mathématique, p. 22)

- Soit la distribution de données suivante : 60, 64, 58, 80, 74, 76, 60, 72, x.
  Si la moyenne de cette distribution est de 70, que vaut x?

Gestion du temps

Actions visant à rendre la mise en œuvre des programmes d'études réaliste dans le temps

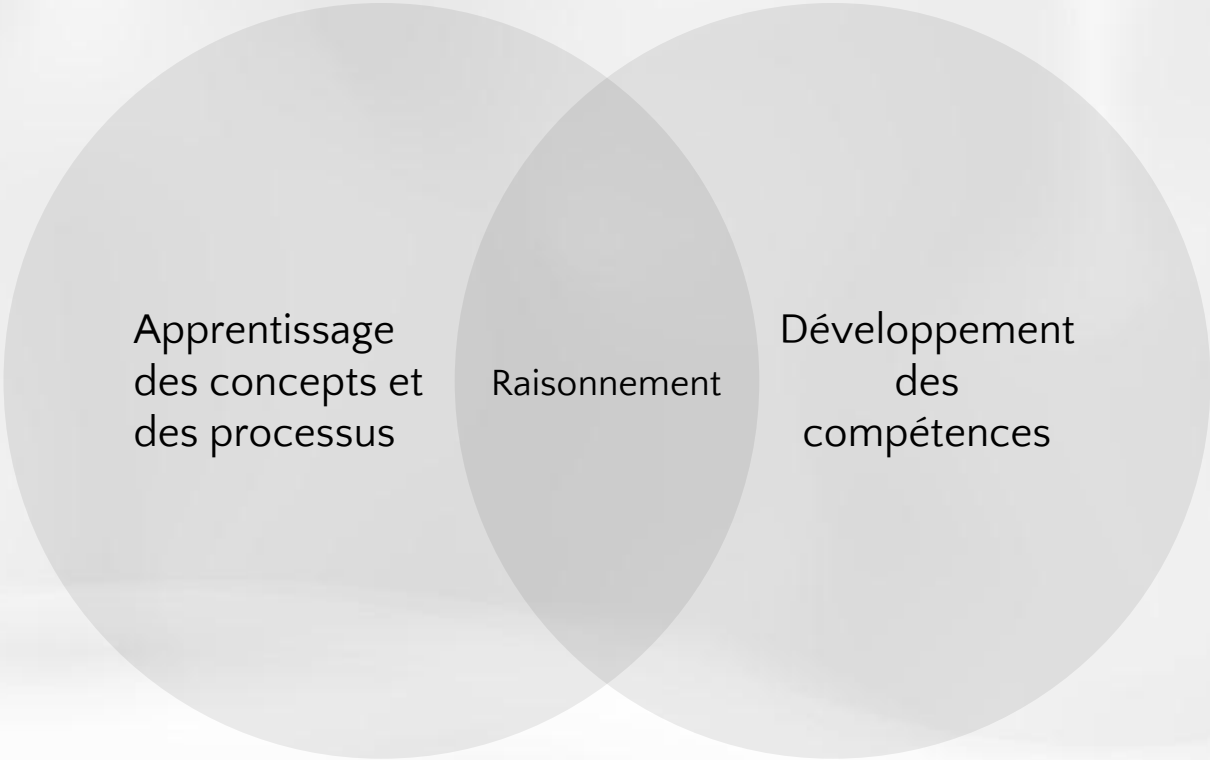
Trois actions pour optimiser le temps d'enseignement

- Travailler le développement de compétences et l'apprentissage de concepts et de processus de façon intégrée
- Enseigner les concepts et les processus en réseaux
- Évaluer les élèves à partir de traces recueillies en cours d'apprentissage

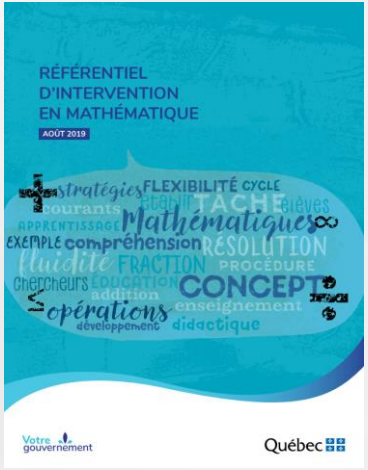
Planifier en équipe-cycle et mettre en place des moments de concertation entre les cycles

Travailler le développement de compétences et l'apprentissage de concepts et de processus de façon intégrée

Enseignement par la résolution de problèmes



L'enseignement-apprentissage par la résolution de problèmes



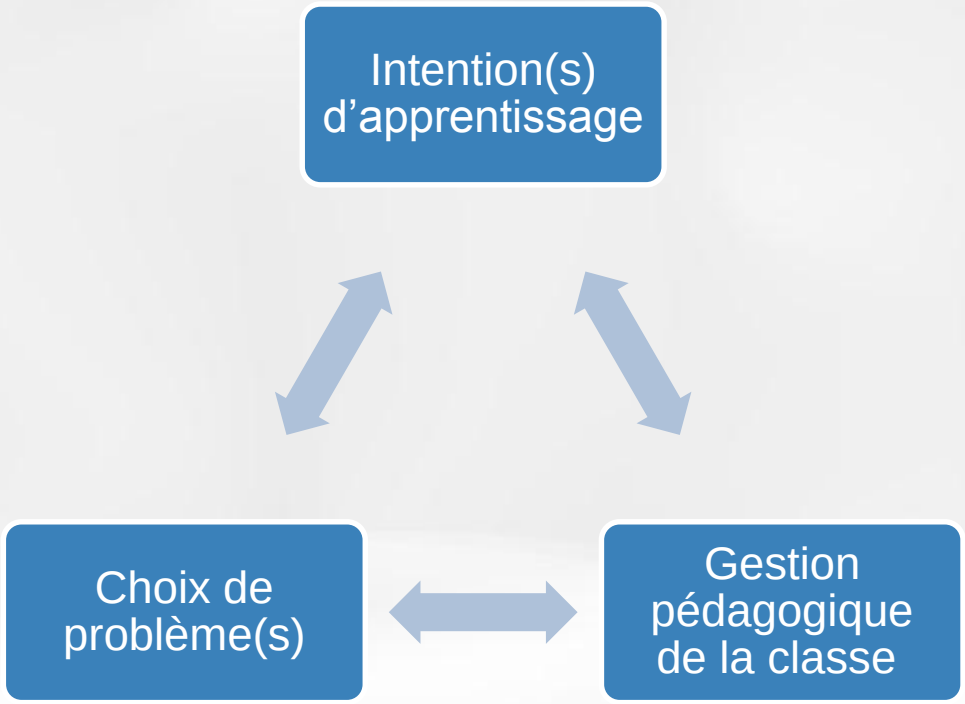
À consulter : « Enseignement-apprentissage de la mathématique PAR la résolution de problèmes », *Référentiel d'intervention en mathématique*, p. 16-21

En tant que modalité pédagogique, la résolution de situations-problèmes doit être privilégiée en raison de la richesse et de la diversité des apprentissages qu'elle favorise. […] Le recours régulier au processus de résolution de situations-problèmes permet à l'élève :

- *d'explorer, d'inventer, de construire, d'élargir, d'approfondir, d'appliquer et d'intégrer des concepts et des processus mathématiques;*
- *[…]*
- *de faire l'apprentissage de stratégies efficaces.*

Source : PFEQ, 1er cycle du secondaire, p. 237

Quelques éléments à considérer dans l'enseignement-apprentissage par la résolution de problèmes



Exemple de planification d'apprentissages par la résolution de problèmes (1er cycle du secondaire)

- Intentions d'apprentissage
  - **Concepts et processus** : La fraction est en lien avec un tout de référence
  - **Compétence** : Déployer un raisonnement mathématique

- Choix de problèmes
  - Casse-tête de Desjardins et Hétu (1974)
  - Problème des bonbons d'Halloween
  - Image de type « *causerie mathématique* »
  - Questions à résoudre à l'aide des mosaïques fractionnaires

- Gestion pédagogique de la classe
  - Quatre ateliers de 12 minutes chacun
  - Équipes de quatre élèves
  - Explicitation des attentes comportementales
  - À la fin de la période, explicitation des apprentissages réalisés

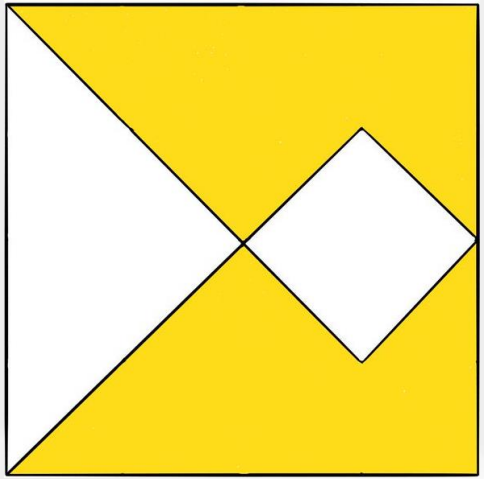
Les bonbons d'Halloween

Qui a raison?

Clément dit qu'il a mangé la moitié de son sac de bonbons d'Halloween en une soirée. Jeanne lui dit que c'est impossible de manger la moitié d'un sac de bonbons d'Halloween en une soirée. Qui a raison? Justifie ta réponse en donnant des exemples.

Image de type « *causerie mathématique* »

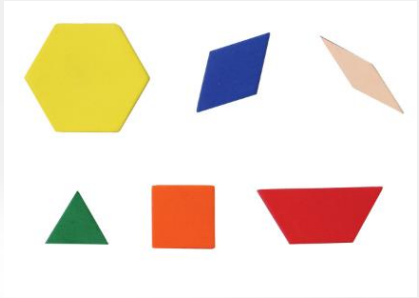
Quelle fraction du carré est représentée par la partie en jaune?



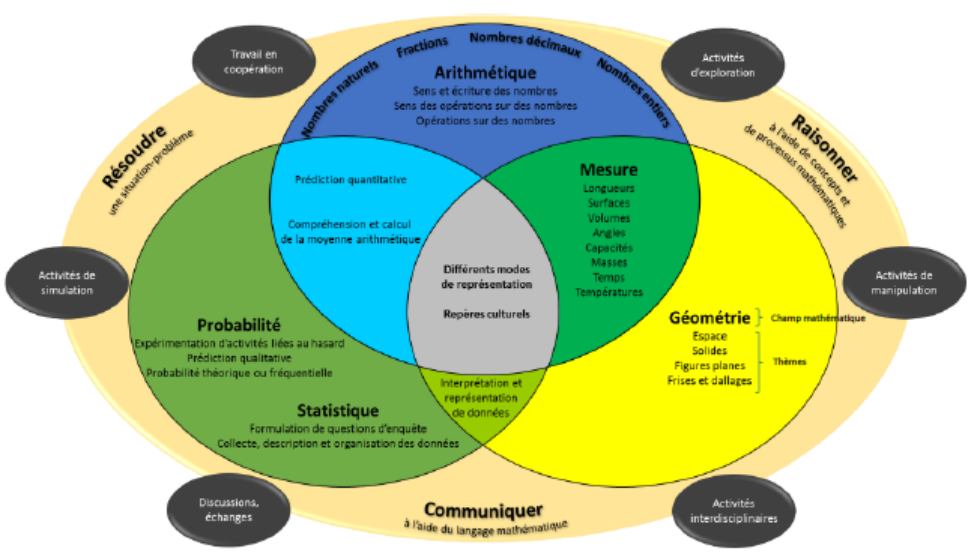
Source de l'image : fractiontalks.com

Problèmes à résoudre à l'aide des mosaïques fractionnaires

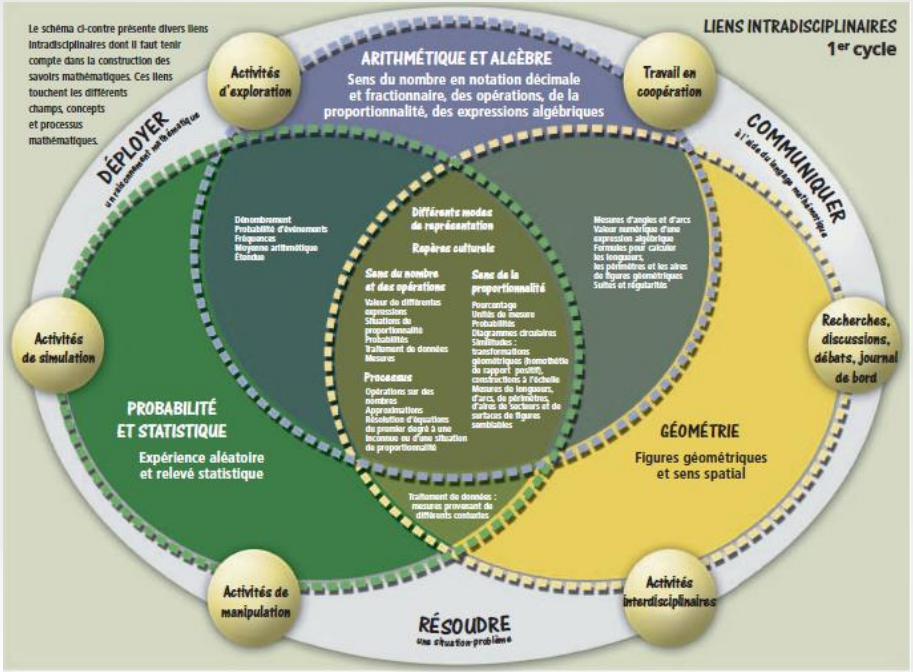
- Si le bloc jaune représente une unité, quel bloc représente un tiers?
- Si le bloc jaune représente une demie, quel bloc représente un quart?
- Si le bloc bleu représente une unité, que représentent un bloc vert et un bloc rouge mis ensemble?



Enseigner les concepts et les processus en réseaux



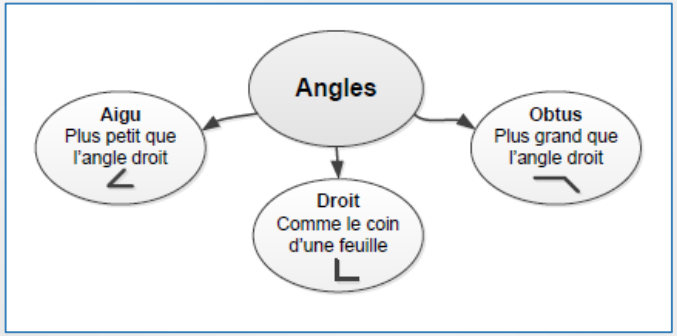
Source : Pistes de réflexion pour cibler les apprentissages essentiels d'ici la fin de l'année scolaire 2019-2020 (MEES,2020)



Source : PFEQ, 1er cycle du secondaire, p. 249

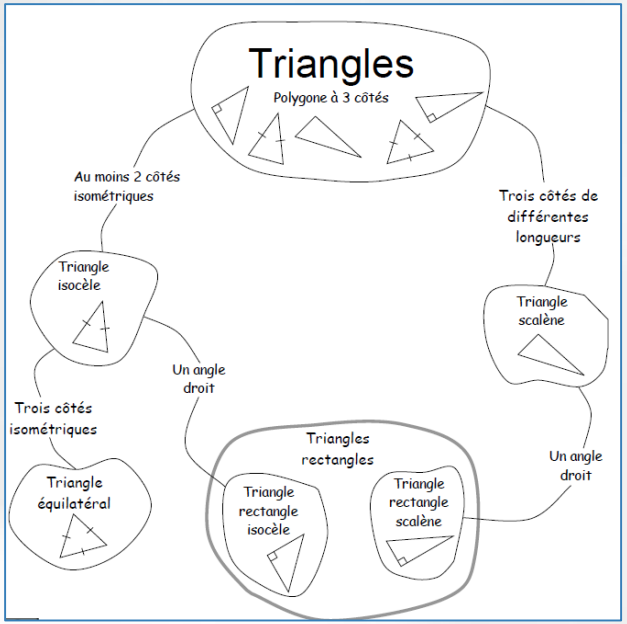
Enseigner les concepts et les processus en réseaux

Exemple de réseau de concepts sur les angles au 2e cycle du primaire



Source : Document d'accompagnement : L'arrimage entre les cycles d'apprentissage – Mathématique – Primaire (MEES, 2017)

Exemple de réseau de concepts sur les triangles au 3e cycle du primaire



Source : Document d'accompagnement : Progression des apprentissages – Mathématique – Primaire (MELS, 2009)

Enseigner les concepts et les processus en réseaux

ARITHMÉTIQUE : SENS ET ÉCRITURE DES NOMBRES

- **Nombres naturels**

– Nombres naturels inférieurs à 1000 (unité, dizaine, centaine) : lecture, écriture, chiffre, nombre, comptage, dénombrement, représentation, comparaison, classification, ordre, expressions équivalentes, décomposition, régularités, propriétés (nombres pairs, nombres impairs), droite numérique ❶

– Nombres naturels inférieurs à 100 000 (unité de mille ou millier, dizaine de mille) : lecture, écriture, représentation, comparaison, classification, ordre, expressions équivalentes, décomposition, régularités, propriétés (nombres carrés, premiers ou composés), droite numérique ❷

– Nombres naturels inférieurs à 1 000 000 (centaine de mille) : lecture, écriture, représentation, comparaison, classification, ordre, expressions équivalentes, décomposition, régularités, droite numérique ❸

Source : PFEQ, primaire, p. 134

Sens et écriture des nombres

→ L'élève apprend à le faire avec l'intervention de l'enseignante ou de l'enseignant.
★ L'élève le fait par lui-même à la fin de l'année scolaire.
L'élève réutilise cette connaissance.

	Primaire					
	1er cycle		2e cycle		3e cycle	
	1re	2e	3e	4e	5e	6e
A. Nombres naturels inférieurs à...	1000		100 000		1 000 000	
1. Compter ou réciter la comptine des nombres naturels						
a. par ordre croissant à partir d'un nombre donné	→	★				
b. par ordre croissant ou décroissant	→	★	→	★	→	★
c. par bonds	→	★	→	★	→	★
2. Dénombrer des collections réelles ou dessinées						
a. coordonner le geste et le nombre correspondant (mot); reconnaître l'aspect cardinal d'un nombre et sa conservation dans différents arrangements	★					
b. dénombrer à partir d'un nombre donné	→	★				
c. dénombrer une collection en groupant ou en regroupant	→	★	→	★	→	★
d. dénombrer une collection déjà groupée			→	★	→	★
3. Lire et écrire tout nombre naturel	→	★	→	★	→	★
4. Représenter des nombres naturels de différentes façons ou associer un nombre à un ensemble d'objets ou à des dessins						
a. accent mis sur le groupement en utilisant du matériel aux groupements apparents et accessibles ou des dessins (matériel non structuré; ex. : jetons, cubes emboîtables, objets divers groupés par dix dans un sac et dix de ces sacs placés dans un autre contenant)	→	★				
b. accent mis sur l'échange en utilisant du matériel aux groupements apparents et non accessibles (matériel structuré; ex. : blocs base 10, tableau de numération)			→	→	★	
c. accent mis sur la valeur de position en utilisant un matériel aux groupements non apparents et non accessibles (matériel pour lequel les groupements sont symboliques; ex. : abaque, boulier, argent)				→	→	→	★
5. Composer et décomposer un nombre naturel de différentes façons (ex. : 123 = 100 + 23 ; 123 = 100 + 20 + 3 ; 123 = 50 + 50 + 20 + 3 ; 123 = 2 × 50 + 30 − 7 ; 123 = 2 × 60 + 3)	→	★	→	★	→	★
6. Reconnaître des expressions équivalentes (ex. : 52 = 40 + 12, 25 + 27 = 40 + 12, 52 = 104 ÷ 2)	→	★	→	★	→	★
7. Comparer entre eux des nombres naturels	→	★	→	★	→	★
8. Ordonner des nombres naturels par ordre croissant ou décroissant	→	★	→	★	→	★
9. Décrire dans ses mots et avec un vocabulaire mathématique approprié des régularités numériques (ex. : nombres pairs, nombres impairs, nombres carrés, nombres triangulaires, nombres premiers, nombres composés)	→	★	→	★	→	★
10. Situer des nombres naturels à l'aide de différents supports (ex. : grille de nombres, bande de nombres, axe de nombres [droite numérique])	→	★	→	★	→	★
11. Reconnaître les propriétés des nombres naturels						
a. nombre pair ou impair	→	★				
b. nombre carré, premier ou composé			→	★		
12. Classifier des nombres naturels de différentes façons selon leurs propriétés (ex. : nombres pairs, nombres composés)	→	★	→	★	→	★
13. Faire une approximation d'une collection réelle ou dessinée (estimer, arrondir à un ordre de grandeur donné, etc.)	→	★	→	★	→	★
14. Représenter la puissance d'un nombre naturel					→	★

Source : PDA, primaire, p. 5-6

Enseigner les concepts et les processus en réseaux

Concepts

Sens de la proportionnalité

- Rapport et taux
  - Rapports et taux équivalents
  - Taux unitaire
- Proportion
  - Égalité de rapports et de taux
  - Rapport et coefficient de proportionnalité
- Variation directe ou inverse

Processus

Traitement d'une situation de proportionnalité

- Comparaison de rapports et de taux
- Reconnaissance d'une situation de proportionnalité, notamment à l'aide du contexte, d'une table de valeurs ou d'un graphique
- Résolution d'une situation de proportionnalité
- Repérage de couples de nombres dans le plan cartésien (abscisse et ordonnée d'un point)

Éléments de méthode

Le développement du raisonnement proportionnel est fondamental et ses applications sont nombreuses tant à l'intérieur qu'à l'extérieur de la discipline. Par exemple, l'élève utilise les pourcentages (calcul du tant pour cent et du cent pour cent) dans des situations relatives à la consommation, à la probabilité et à la statistique. Dans le contexte des représentations graphiques, il effectue, entre autres, des constructions à l'échelle et construit également des diagrammes circulaires. Il recherche des valeurs manquantes dans des situations algébriques ou géométriques telles que les similitudes, les longueurs d'arcs, les aires de secteurs et les transformations d'unités.

Le sens de la proportionnalité peut se développer chez l'élève lorsqu'il interprète des rapports ou des taux dans des contextes variés ou lorsqu'il les compare qualitativement ou quantitativement (ex. *a* est plus foncé que *b*, *c* est moins concentré que *d*) et décrit l'effet d'une modification d'un terme, d'un rapport ou d'un taux. Lorsque l'élève est en mesure de reconnaître une situation de proportionnalité, il peut la traduire à l'aide d'une proportion. Il la résout en ayant recours notamment à des stratégies multiplicatives qu'il a élaborées, telles que le retour à l'unité, la recherche d'un facteur de changement, la recherche du rapport ou du coefficient de proportionnalité, le procédé additif ou mixte, etc. Un minimum de trois couples est nécessaire pour analyser une situation de proportionnalité à partir d'une table de valeurs.

Exemples :

Quantité du produit A	2	4	6	10
Quantité du produit B	6	12	18	?

Retour à l'unité : Pour 1 unité du produit A, on a 3 unités du produit B (12 ÷ 4); pour 10 unités du produit A, on aura alors (10 × 3) unités du produit B.

Facteur de changement : Le facteur permettant le passage de 4 à 10 est 2,5; on applique ce facteur à 12.

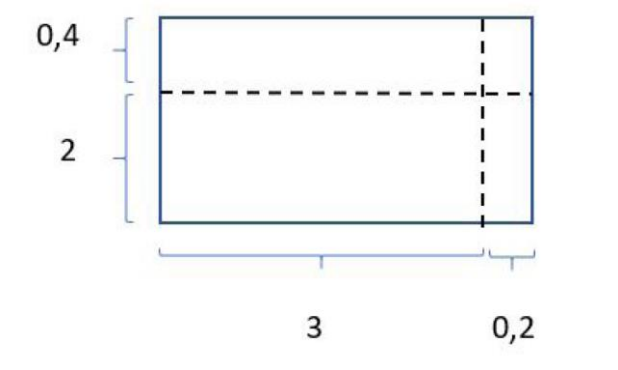
Coefficient de proportionnalité : Le facteur permettant le passage de 4 à 12 est 3; on applique ce facteur à 10.

Procédé additif : Puisque 4:12 = 6:18, alors $\frac{4}{12} = \frac{6}{18} = \frac{4+6}{12+18} = \frac{10}{30}$

Source : PFEQ, 1er cycle du secondaire, p. 252

Enseigner les concepts et les processus en réseaux

Exemple d'enseignement qui fait intervenir un réseau de concepts et de processus : la multiplication de nombres décimaux (2,4 x 3,2)



$$
\begin{array}{r}
1 \\
24 \\
\times\ 32 \\
\hline
48 \\
720 \\
\hline
768
\end{array}
$$

Source : Cabot-Thibault et Dumas (2020), p. 88-89

Évaluer les élèves à partir de traces recueillies en cours d’apprentissage

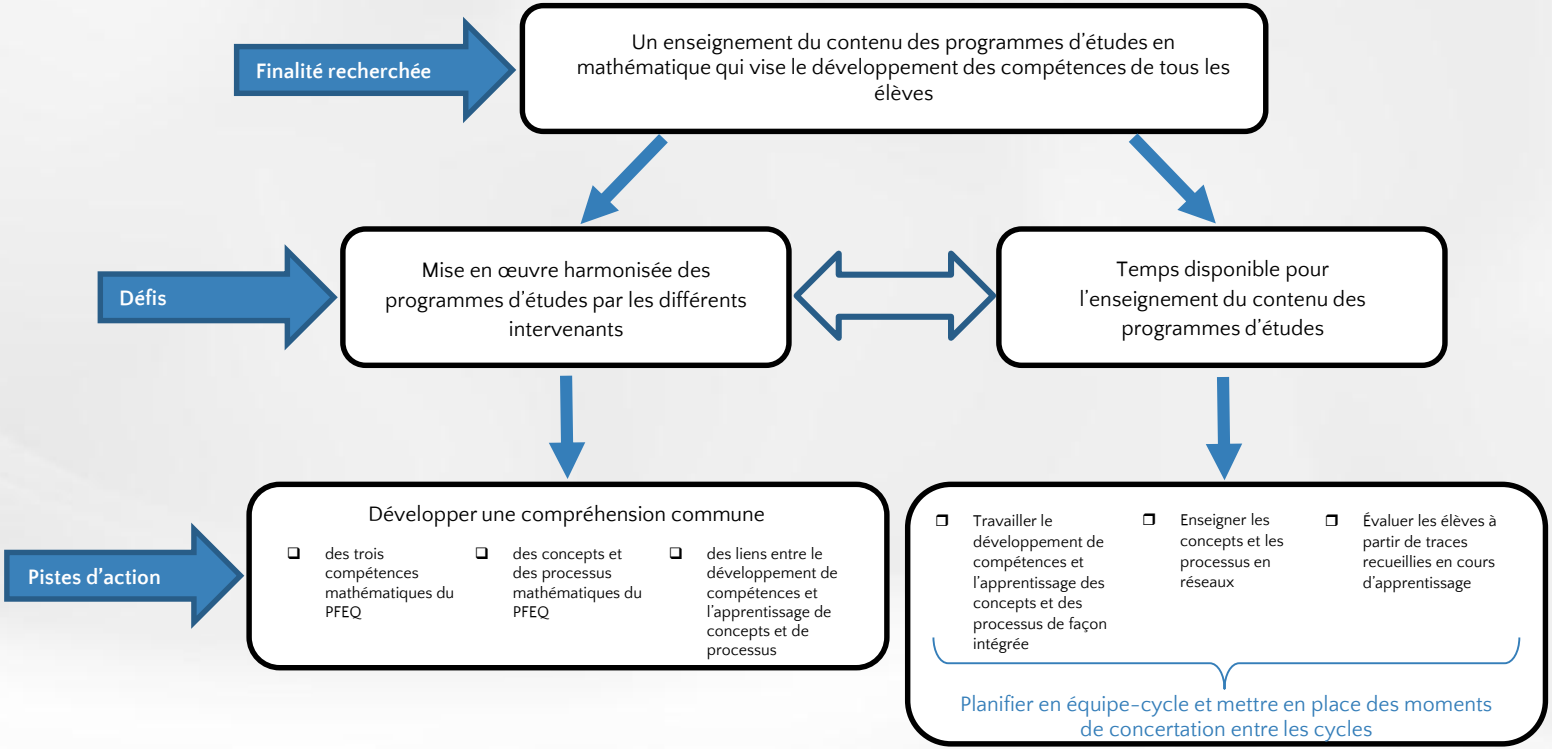
- Recourir de façon fréquente à l'évaluation en tant qu'aide à l'apprentissage
- Trianguler les traces recueillies
- Recueillir des traces qui témoignent de l’évolution du développement des compétences et de la compréhension des concepts et des processus

Planifier en équipe-cycle et mettre en place des moments de concertation entre les cycles

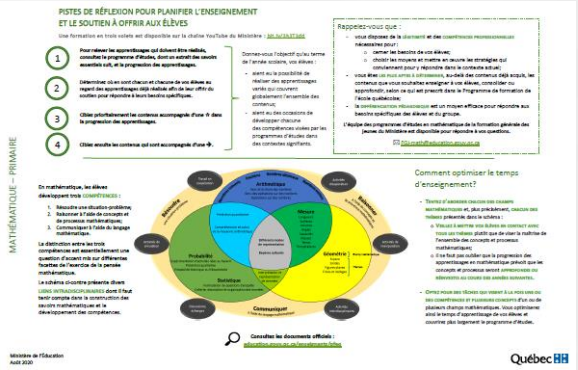
- Planifier en équipe-cycle :
  - S'en tenir à ce qui est nommé dans le PFEQ et la PDA
  - Définir les apprentissages à réaliser pour chacune des années du cycle (niveau de développement des compétences, des concepts et des processus)

- Lorsque des concepts se chevauchent entre les cycles, définir des attentes pour chacun des cycles

Compréhension harmonisée des programmes d'études et optimisation du temps d'enseignement : deux facteurs qui s'influencent



Différents choix peuvent être faits par les enseignants



Comment optimiser le temps d'enseignement?

- TENTEZ D'ABORDER CHACUN DES CHAMPS MATHÉMATIQUES et, plus précisément, CHACUN DES THÈMES présentés dans le schéma :
  - VEILLEZ À METTRE VOS ÉLÈVES EN CONTACT AVEC TOUS LES THÈMES plutôt que de viser la maîtrise de l'ensemble des concepts et processus mathématiques;
  - Il ne faut pas oublier que la progression des apprentissages en mathématique prévoit que les concepts et processus seront APPROFONDIS OU RÉINVESTIS AU COURS DES ANNÉES SUIVANTES.
- OPTEZ POUR DES TÂCHES QUI VISENT À LA FOIS UNE OU DES COMPÉTENCES ET PLUSIEURS CONCEPTS d'un ou de plusieurs champs mathématiques. Vous optimiserez ainsi le temps d'apprentissage de vos élèves et couvrirez plus largement le programme d'études.

Rappelez-vous que :

- vous disposez de la LÉGITIMITÉ et des COMPÉTENCES PROFESSIONNELLES nécessaires pour :
  - cerner les besoins de vos élèves;
  - choisir les moyens et mettre en œuvre les stratégies qui conviennent pour y répondre dans le contexte actuel;
- vous êtes LES PLUS APTES À DÉTERMINER, au-delà des contenus déjà acquis, les contenus que vous souhaitez enseigner à vos élèves, consolider ou approfondir, selon ce qui est prescrit dans le Programme de formation de l'école québécoise;
- la DIFFÉRENCIATION PÉDAGOGIQUE est un moyen efficace pour répondre aux besoins spécifiques des élèves et du groupe.

L'équipe des programmes d'études en mathématique de la formation générale des jeunes du Ministère est disponible pour répondre à vos questions.

FGJ-math@education.gouv.qc.ca

Merci!

Des questions?

Pour nous joindre : FGJ-math@education.gouv.qc.ca

Québec

Pistes réflexives

- Quelle(s) question(s) cette présentation soulève-t-elle chez vous?

- En quoi les éléments présentés influenceront-ils vos accompagnements (ou non)?