

Précisions sur les types de raisonnement à exploiter en mathématique au secondaire

Ce document présente des éléments de réponse aux questions qui ont été posées dans le clavardage lors de la session d'information du 26 avril 2018 ainsi que des informations complémentaires.

L'enregistrement de la rencontre est disponible sur le [site Web](#) du ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur.

Questions et réponses

1. Question : Est-ce que la conjecture est un raisonnement?

Réponse : Le terme *conjecture* désigne un énoncé que l'on pense vrai et le verbe *conjecturer* signifie « pressentir la vérité d'un énoncé et chercher à montrer qu'il est vrai » (PFEQ, 1^{er} cycle, p. 237). Les tâches de conjecture sont donc un des types de tâches permettant de développer le raisonnement des élèves. Les conjectures peuvent servir de point de départ ou d'aboutissement à une tâche de raisonnement. Dans ce deuxième cas, les conjectures doivent être dégagées avant d'être formulées.

2. Question : Quelle est la place des conjectures dans le programme et dans le développement de la compétence 2?

Réponse : Bien qu'une seule des trois composantes de la compétence 2 fasse référence explicitement aux conjectures (*Émettre des conjectures*), elles occupent une place centrale dans le développement de cette compétence. D'ailleurs, une deuxième composante repose également sur les conjectures (*Réaliser des preuves ou des démonstrations*). Sa première sous-composante se lit comme suit : « Recourir à divers types de raisonnement (par induction, déduction, analogie, disjonction de cas, contradiction, etc.) pour préciser, valider, réajuster ou réfuter des conjectures » (PFEQ, 2^e cycle, p. 31). Le programme précise que « Déployer un raisonnement mathématique consiste à formuler des conjectures, à critiquer, à justifier ou à infirmer une proposition en faisant appel à un ensemble organisé de savoirs mathématiques » (PFEQ, 1^{er} cycle, p. 242). De plus, « Une situation d'application soulève une ou des conjectures (relations, énoncés, opinions, conclusions, etc.), implicites ou explicites, qui nécessitent d'être découvertes, expliquées, généralisées, prouvées ou réfutées à l'aide de savoirs mathématiques » (PFEQ, 2^e cycle, p. 28).

3. Question : À quel type de raisonnement est associé le raisonnement par l'absurde?

Réponse : Le raisonnement par l'absurde est aussi nommé « raisonnement par contradiction ». Ce type de raisonnement fait partie des raisonnements déductifs, comme le raisonnement par disjonction de cas (PFEQ, 2^e cycle, p. 28).

4. Question : Est-ce que le choix du type de raisonnement doit venir de l'élève ou est-ce l'enseignant qui doit exiger un raisonnement précis pour une tâche proposée?

Réponse : Les tâches de raisonnement visent à soutenir les apprentissages et à développer une meilleure compréhension conceptuelle chez l'élève. Il ne s'agit donc pas de lui demander de réaliser une tâche en lui imposant un raisonnement précis, mais bien de lui présenter des situations variées dans lesquelles il pourra déployer divers types de raisonnement. L'élève peut d'ailleurs faire appel à différents raisonnements pour répondre à une même question. Un apprentissage effectué à travers diverses situations nécessitant un raisonnement plutôt que de la mémorisation d'une procédure outille l'élève pour réfléchir à des questions plus complexes. Inviter les élèves à partager leur raisonnement et à le comparer avec celui des autres leur permettra d'expérimenter une variété de démarches. Il peut être pertinent que l'enseignant nomme les types de raisonnement pendant son enseignement pour familiariser les élèves avec ces termes qui désignent différentes démarches possibles, sans toutefois insister sur la mémorisation du vocabulaire.

5. **Question : Existe-t-il une progression des attentes dans l'écriture et dans la validation d'une conjecture? Est-ce que les tâches de conjectures présentées aux élèves du 2^e cycle devraient exiger une preuve pour l'appuyer?**

Réponse : Il y a effectivement une progression des attentes en ce qui a trait à la validation d'une conjecture. Les attentes de fin du 1^{er} cycle mentionnent que l'élève doit expérimenter différentes pistes afin de confirmer ou de réfuter ses conjectures et qu'il « les valide soit en appuyant chaque étape de sa solution sur des concepts, des processus, des règles ou des énoncés, qu'il exprime de façon structurée, soit en fournissant des contre-exemples » (PFEQ, 1^{er} cycle, p. 245). Les attentes de fin du 2^e cycle stipulent que l'élève émet des conjectures et les confirme ou les réfute à l'aide de différents types de raisonnement, en mettant à profit les concepts et processus appropriés. Aussi, il valide ses conjectures « en appuyant chaque étape de sa preuve sur des concepts, des processus, des règles ou des énoncés déjà admis, qu'il exprime de façon structurée » (PFEQ, 2^e cycle, p. 32). On précise également que la réalisation de preuves implique que l'élève perçoive la distinction entre le raisonnement et la preuve mathématique, qui est la mise en forme codifiée. La rédaction de preuve est donc l'étape ultime du processus de validation d'une conjecture et peut être qualifiée d'explication ou de démonstration, selon l'approche choisie par l'élève (PFEQ, 2^e cycle, p. 29). L'élève apprend à mieux expliciter son raisonnement, à le structurer et à raffiner son argumentation. L'idée de preuve évolue ainsi graduellement vers la construction d'une démonstration rigoureuse (PFEQ, 2^e cycle, p. 33). Dans la présentation de la compétence 2, le libellé de la composante *Réaliser des preuves ou des démonstrations*, à chacun des cycles, montre également une progression (PFEQ, 1^{er} cycle, p. 245, et 2^e cycle, p. 31). Il en est de même pour le libellé des critères d'évaluation 4 et 5.

6. **Question : D'où vient l'exigence d'appuyer une conjecture sur trois exemples différents?**

Réponse : Lorsqu'un élève recourt à l'exemplification pour faire émerger une conjecture, le nombre minimal d'exemples à présenter dépend de la situation. Si l'élève doit formuler une conjecture portant sur le lien entre deux valeurs, il devra produire plus de deux exemples afin de pouvoir vérifier si la relation entre ces valeurs est constante, proportionnelle, exponentielle, etc. (Voir le 3^e exemple de la diapositive 20 ou l'exemple de la diapositive 32 du document de présentation). Si l'élève doit formuler une conjecture portant sur une seule valeur, dans certains cas, deux exemples peuvent suffire pour faire une observation. (Voir le 1^{er} exemple de la diapositive 27 du document de présentation). Il est important de souligner que les valeurs choisies par l'élève dans ses exemples peuvent faire en sorte qu'un plus grand nombre d'exemples soit nécessaire pour appuyer sa conjecture.

7. **Question : Je vois que vous proposez un exemple de tâche faisant appel aux concepts de PGCD et de PPCM à la diapositive 23 de la présentation. Est-ce que le PGCD et le PPCM sont des concepts prescrits?**

Réponse : Ces concepts ne sont pas prescrits dans les programmes de mathématique. Toutefois, ils peuvent être exploités à des fins d'exploration et réinvestis, par exemple, dans le travail sur les fractions ou dans des tâches de résolution de problèmes.

8. **Question : Lors de la présentation de certains exemples, comme ceux des diapositives 25 et 32, vous avez mentionné que l'élève pouvait construire son raisonnement à l'aide de matériel de manipulation. Qu'entend-on par « matériel de manipulation »?**

Réponse : Le matériel de manipulation offert à l'élève peut être composé de matériel acheté ou construit, tel qu'une droite numérique, des jetons, des cubes, des réglettes, etc. Il peut également être constitué de matériel recyclé (ex. : une boîte de carton, le tube de carton d'un rouleau d'essuie-tout, des bouchons, des attaches à pain, des pâtes alimentaires). L'élève peut aussi recourir à des applications ou à des logiciels de géométrie dynamique pour, par exemple, créer des exemples variés ou simuler une situation.

Informations complémentaires

Le saviez-vous? Les termes « conjecture » ou « conjecturer » apparaissent 30 fois dans le PFEQ du 1^{er} cycle du secondaire et 118 fois dans celui du 2^e cycle!

Ouvrages de référence :

- ☞ [Programme de mathématique, 1^{er} cycle du secondaire](#)
- ☞ [Programme de mathématique, 2^e cycle du secondaire](#)

Informations concernant les **raisonnements liés aux champs mathématiques** :

- PFEQ, 1^{er} cycle, p. 242-243
- PFEQ, 2^e cycle, p. 29-30

Énoncés de géométrie euclidienne qui peuvent être découverts par les élèves, être exploités pour développer leur raisonnement ou servir à composer des tâches de conjecture :

- PFEQ, 1^{er} cycle, p. 261

Pistes de tâches à explorer par le raisonnement dans les éléments de méthodes des programmes :

- PFEQ, 1^{er} cycle, p. 251-261
- PFEQ, 2^e cycle, p. 126-134

